Contacto de curvas

Angel Montesdeoca

Lunes, 10 de Diciembre del 2012

Enunciados y soluciones en un sólo PDF (177 MB)

1 Consideremos, en el plano, la circunferencia Γ con centro en $(0, 2)$ y que pasa por el origen de coordenadas. Una recta variable que pasa por el origen corta a la circunferencia Γ además en otro punto L y a la recta paralela al eje OX, que pasa por $(0, 4)$, en M. Sea $\mathcal{C}$ la curva cuyos puntos P tienen la misma abscisa (coordenada "x") que M y la misma ordenada (coordenada "y") que L.

Encontrar una parametrización de la curva $\mathcal{C}$, conocida como la "Cúbica de Agnesi". (Ver también)

Ulilizar la parametrización $\vec{\beta}(t) = (2 \operatorname{sen} 2t, 2 \operatorname{sen} 2t \operatorname{tag} t)$ de la circunferencia Γ, (Ver también) para obtener la siguiente parametrización de la curva $\mathcal{C}$:

$$\vec{\alpha}(t) = (4 \operatorname{cotg} t, 4 \operatorname{sen}^2 t).$$

Comprobar que la circunferencia osculatriz de $\mathcal{C}$ en $(0, 4)$ es la circunferencia Γ. Determinar el orden de contacto entre ambas curvas.

2 Encontrar la curvatura y centro de curvatura de la cónica $x^2 - 2xy + y^2 - x + 3y - 4 = 0$ en el punto $(0, 1)$. / Applet CabriJava

3 Circunferencia osculatriz a la curva $\rho = e^\theta$ en $\theta = 0$.

4 Una hélice circular es una curva cuya curvatura y torsión son constantes y no nulas. Determinar la hélice circular que tiene un orden de contacto máximo en $(0, 0, 0)$ con la cúbica de ecuaciones $x = t, \quad y = t^2, \quad z = t^3$.

5 Determinar la elipse con centro de curvatura $(0, 0)$ en el punto $(0, 1)$ y que tangente a las rectas $x = 1$ e $y = -4$.