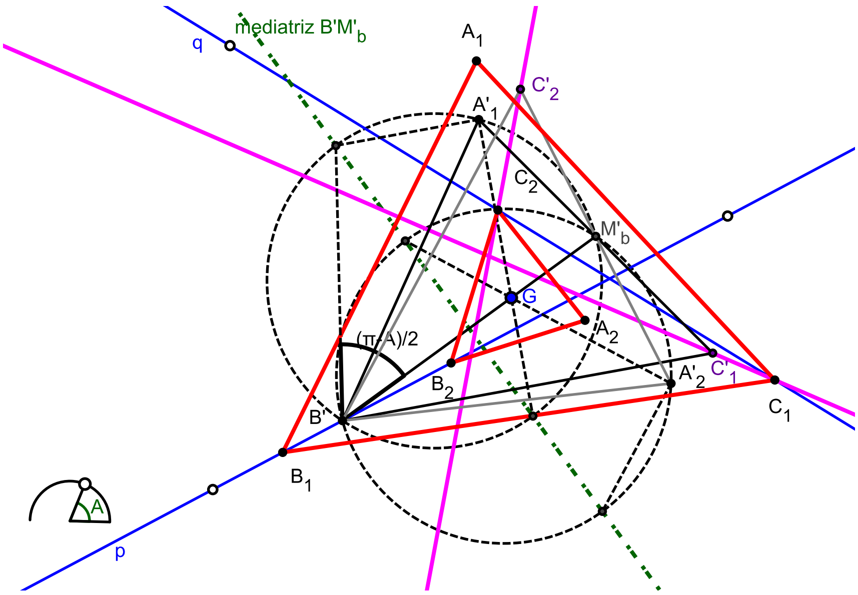
Construir un triángulo isósceles conociendo el baricentro, el ángulo desigual y dos rectas donde están los vértices de los ángulos iguales.

SOLUCIÓN:



(Applet-GeoGebra)

Dado un ángulo $\hat{A}$ (que será el del vértice opuesto al lado desigual del triángulo isósceles ABC a construir), un punto G (baricentro de ABC) y dos rectas p y q (donde van a estar los vértices B y C, respectivamente).

Tomemos un punto B' sobre la recta p y tratamos de construir un triángulo $A'B'C'$ con baricentro G y el ángulo A' el dado.

Sea M'_b el pie de la mediana por B' en el triángulo $A'B'C'$. Consideremos el arco capaz correspondiente al ángulo dado sobre $B'M'_b$, en el cual ha de estar el vértice A'. La mediana y bisectriz por A' coinciden (al ser $A'B'C'$ isósceles), por lo que $A'G$ ha de pasar por el punto antipodal del punto donde la mediatriz a $B'M'_b$ corta al arco capaz considerado.

Una vez obtenido el vértice A', el vértice C' es el simétrico de A' respecto a M'_b.

Dado que podemos considerar dos arcos capaces, uno en cada semiplano en que la recta $B'G$ divide al plano, podemos construir dos triángulos isósceles $A'_1B'C'_1$ y $A'_2B'C'_2$, con las condiciones impuestas, salvo que el vértice C' esté sobre la recta q dada.

El lugar geométrico que describen los puntos C'_1 y C'_2, al variar B' sobre p, son sendas rectas. Por lo que debemos intersecar estas rectas con la recta q, obteniéndose así los vértices C_1 y C_2 de dos triángulos $A_1B_1C_1$ y $A_2B_2C_2$, soluciones al problema propuesto.

http://webpages.ull.es/users/amontes/pdf/trresolu.pdf
http://webpages.ull.es/users/amontes/pdf/ejct2529.pdf