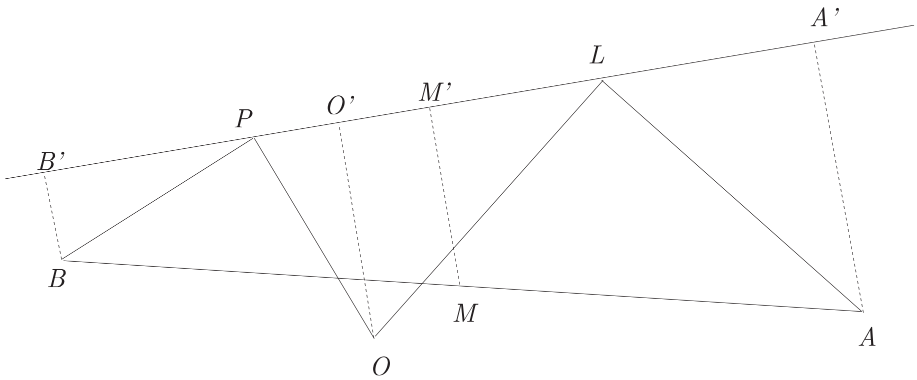
Cierta persona se enteró que en el lugar donde hay enterrado un tesoro crecen solamente tres árboles: un laurel, un pino y un olivo. Dispone de la siguiente información para encontrar el tesoro:

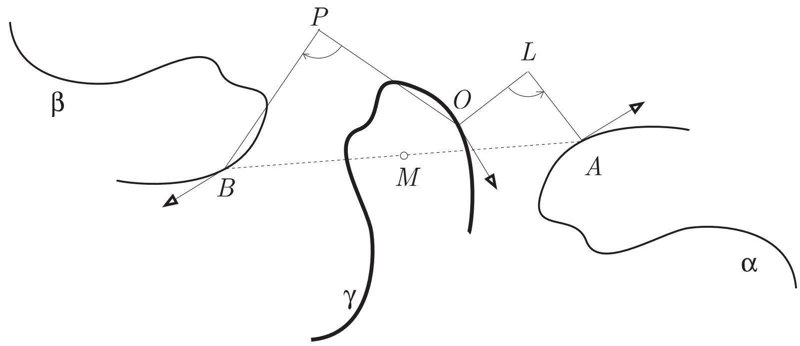
Hay que situarse junto al olivo (O), desde donde se observa que el laurel (L) está más a la derecha que el pino (P); ahora hay que ir (en línea recta) hasta el laurel, luego girar a la derecha 90 grados y recorrer, en línea recta, la misma distancia que acabamos de caminar. Marcamos el punto de llegada (A).

Volvemos al olivo y vamos (en línea recta) hasta el pino; una vez llegado giramos a la izquierda 90 grados y recorremos la misma distancia que acabamos de hacer, siempre en línea recta. Marcamos el punto de llegada (B). El tesoro está en el punto medio de A y B.

Pero al ir en búsqueda del tesoro, se encontró con el siguiente inconveniente: ¡el olivo ya no existía! Aún así, ¿podría encontrar el tesoro?

SOLUCIÓN:





Las perpendiculares por los puntos O, A, B y M a la recta LP, cortan a ésta en los puntos O', A', B' y M', respectivamente. Surgen así dos pares de triángulos rectángulos que son iguales (misma hipotenusa y un ángulo agudo):

$$\widehat{AA'L} = \widehat{OO'L}, \qquad \widehat{BB'P} = \widehat{OO'P}.$$

Se tiene entonces que:

$$\overline{AA'} = \overline{LO'}, \quad \overline{LA'} = \overline{OO'} \qquad \text{y} \qquad \overline{BB'} = \overline{PO'}, \quad \overline{PB'} = \overline{OO'}.$$

Además, ya que M es el punto medio del segmento AB, se tiene que MM' es la línea media del trapecio $AA'B'B$, y por ello, M' es el punto medio del segmento $A'B'$; y como $\overline{LA'} = \overline{PB'} = \overline{AA'}$, resulta que M' es el punto medio del segmento LP.

Por otra parte:

$$\overline{MM'} = \frac{1}{2}(\overline{AA'} + \overline{BB'}) = \frac{1}{2}(\overline{LO'} + \overline{PO'}) = \frac{1}{2}\overline{LP},$$

de donde surge que la posición del punto M no depende del punto O (de la existencia o no del olivo).

Para hallar el punto M (tesoro) es suficiente trazar la perpendicular en el punto medio del segmento LP y sobre ella tomar una distancia igual a $\frac{1}{2}\overline{LP}$, de tal forma que desde el punto M hallado, se vea L (el laurel) a la derecha.

Otra forma:

Eligiendo una posición arbitraria para el punto O: supóngase que recorre una curva $\gamma(t)$ a una velocidad $\vec{v}(t)$ (este es su vector tangente), entonces el punto A, recorre una curva $\alpha(t)$, que se obtiene girando la curva $\gamma(t)$, mediante un giro de centro en L y amplitud $-\pi/2$. El vector tangente $\vec{v}_1(t)$ a $\alpha(t)$ (velocidad con la que el punto A la recorre) tiene el mismo módulo y sentido el de $\vec{v}(t)$ girado $-\pi/2$.

Similarmente, la curva $\beta(t)$, que recorre el punto B, obtenida por un giro de $\gamma(t)$ de amplitud $\pi/2$ y con centro en P, tiene su vector tangente $\vec{v}_2(t)$ igual, en módulo, al de $\gamma(t)$ y girado $\pi/2$. Por consiguiente, se tiene que $\vec{v}_1(t) = -\vec{v}_2(t)$.

Cuando el punto A recorre $\alpha(t)$ y el punto B recorre $\beta(t)$, el punto medio M de LP, recorre una curva $\mu(t)$, con velocidad $\frac{1}{2}(\vec{v_1} + \vec{v_2}) = 0$. Por lo que el punto M se mueve con velocidad cero y por consiguiente es fijo. Su posición no depende como se mueva O.

Tomando una posición particular de O, por ejemplo que coincida con P, se obtiene fácilmente la posición del punto M (tesoro).