Dado un triángulo rectángulo isósceles $\widehat{ABC}$, sea M el punto medio de la hipotenusa BC. Tomemos un punto D y sea E la intersección de las rectas D y AM. Determinar la localización de D para que $MD + DE = CE$.

SOLUCIÓN:

Ejercicio propuesto en MathLinks, por el usuario ”kunny” (Kunihiko Chikaya, Japan).

http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?p=1963707#p1963707

con el siguiente enunciado:

”Given an isosceles right triangle ABC, let M be the mid point of the hypotenuse BC. Take a point D and let E be the intersection point of line segments CD and AM. Determine the location of D such that MD+DE=CE.”

Se trata de en encontrar los puntos que verifiquen $CD = CE + ED$, donde se tiene en cuenta la dirección de cada segmento.

Tomando un sistema de coordenadas cartesinas rectangular, tal que $A(0,0)$, $B(1,0)$ y $C(0,1)$, se tiene que $M(1/2,1/2)$ y $E(t,t)$. Debemos encontrar los puntos D que están en la intersección de la recta CE con la circunferencia de centro en M y radio CE, para ello se ha de eliminar t entre las ecuaciones:

$$(t-1)x - ty + t = 0, \qquad (x-1/2)^2 + (y-1/2)^2 = t^2 + (t-1)^2.$$

Resultando la cuártica:

$$2x^4 - 4x^3y + 4x^2y^2 - 4xy^3 + 2y^4 + 2x^3 - 2x^2y + 6xy^2 - 6y^3 - 3x^2 - 2xy + 5y^2 - 1 = 0.$$

Esta curva tiene dos puntos de retroceso en $C(0,1)$ y en el punto del infinito de la recta $y = x$. Sus asíntotas son $y = x$ y $y = x + 2$.

Referencia:

Angel Montesdeoca.- Gráficas de curvas en implícitas, paramétricas y polares.

http://webpages.ull.es/users/amontes/apuntes/curvasgr.pdf