Curvatura, torsión (Triedro de Frenet)

Angel Montesdeoca

Viernes 26 de Mayo del 2006

1 Sea P_0 un punto de una parábola, 2δ denota la longitud de una cuerda paralela a la tangente en P_0, y d la distancia entre la cuerda y la tangente, entonces el radio de curvatura en P_0 es

$$R = \frac{\delta^2}{2d}.$$

/ Applet CabriJava

2 Comprobar que si $x = x(t)$, $y = y(t)$, son las coordenadas cartesianas de una curva plana, la expresión del radio de curvatura es $R = \dfrac{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}{x'y'' - x''y'}$.

Y en coordenadas polares, $\rho = \rho(\theta)$: $R = \dfrac{(\rho^2 + \rho'^2)^{3/2}}{\rho^2 + 2\rho'^2 - \rho\rho''}$.

3 Sea $\vec{\alpha} : I \to \mathbb{R}^2$ una representación paramétrica natural de una curva. Supóngase que $\vec{\alpha}(s_0)$ es el punto de la curva más alejado del origen. Demostrar que la curvatura $\kappa(s_0)$ en $\vec{\alpha}(s_0)$ satisface $\kappa(s_0) > 1/\|\vec{\alpha}(s_0)\|$.

4 Sea $\vec{\alpha} : I \to \mathbb{R}^2$ una representación paramétrica natural de una curva. Supóngase que $\vec{\alpha}(s_0)$ es el punto de la curva más alejado del origen. Demostrar que la curvatura $\kappa(s_0)$ en $\vec{\alpha}(s_0)$ satisface $\kappa(s_0) > 1/\|\vec{\alpha}(s_0)\|$.