

- [-num-] para el caso "Exercice num)" en Luís Lopes ([7]).
- [=num=] para el caso "num." en W. Wernick ([12]).
- [*num*] para el caso "num." en Γεωμετρίων ([5]).
- [:num:] para el caso "num)" en Sapiña ([11]).
- $|\mathcal{A}| = n$, si el cardinal del conjunto \mathcal{A} es igual a n .

⊛ **Resolución de triángulos conocidos ciertos datos**

(El orden de esta lista está dado según se han introducido las notaciones anteriores. Los números de orden varían al añadir un nuevo caso.)

1)	a	b = 2a	v _c = AV _c	2416
2)	a	b c	[1].....	1997
3)	a	b	\hat{A} [2].....	2024
4)	a	b	\hat{C} [3].....	2016
5)	a	b	h _a [4].....	2001
6)	a	b	h _c [5].....	2002
7)	a	b	m _a [6].....	2017
8)	a	b	m _c [7].....	1990
9)	a	b	v _c [9] [*4*].....	2010
10)	a	b	R [10].....	2084
11)	a	b	$\hat{A} - \hat{B}$ [*1076*].....	2082
12)	a	b	AB IO.....	2424
13)	a	b	AH ∩ BG ∩ CI ≠ ∅.....	2562
14)	a	b	AM _a ⊥ BM _b	2561
15)	a	b	AM _a ⊥ BM _b	2415
16)	a	b	$\widehat{AM_cC}$	2256
17)	a	b	R minimo.....	2166
18)	a	b	$\frac{M_a V_a}{M_c V_c}$	2049
19)	a	b	$\frac{M_c V_c}{M_a V_a}$	2048
20)	a	\hat{A} \hat{B}	[16].....	2028
21)	a	$\hat{A} = 90$ \hat{B}	[16].....	2106
22)	a	\hat{A} h _a	[17].....	2005
23)	a	\hat{A} h _b	[18][−19−].....	2171
24)	a	\hat{A} m _a	[19].....	2109
25)	a	\hat{A} m _b	[20].....	1986
26)	a	\hat{A} v _a	[21][−28−].....	1980
27)	a	$\hat{A} = 90$ v _a	[21].....	2094
28)	a	$\hat{A} = 90$ v _b	[22].....	1978
29)	a	\hat{A} w _a	[: 429 :].....	2555
30)	a	\hat{A} R	[23].....	2156
31)	a	\hat{A} r	[24].....	2110
32)	a	\hat{A} 2s	[27].....	2013
33)	a	$\hat{A} = 90$ 2s	[27].....	1875
34)	a	\hat{A} a · b	2157
35)	a	\hat{A} b + c	2215
36)	a	\hat{A} b/c	2521

37)	a	\hat{A}	$b \cdot c$	2160
38)	a	\hat{A}	$(b - c)/(b + c)$	2520
39)	a	\hat{A}	$b + 3c$	2107
40)	a	$\hat{A} = 90$	b/c	2332
41)	a	\hat{A}	$u \cdot b + v \cdot c$	2108
42)	a	\hat{A}	AI/IV_a	2146
43)	a	$\hat{A} = 90$	$AM_a \perp BM_b$	2098
44)	a	\hat{A}	$BM_b \perp CM_c$	2152
45)	a	$\hat{A} = 90$	$Z \in BC$	1799
46)	a	\hat{B}	\hat{C} [29]	2088
47)	a	\hat{B}	h_a [30]	2006
48)	a	\hat{B}	h_b [31]	2148
49)	a	\hat{B}	h_c [32][−22−]	2175
50)	a	\hat{B}	v_b [37]	2159
51)	a	\hat{B}	$2s$ [44]	2038
52)	a	\hat{B}	$b - c$	2062
53)	a	$\hat{B} = 90$	$b - c$	2011
54)	a	\hat{B}	$b - h_a$	2122
55)	a	\hat{B}	$AK \cap BI \cap CH \neq \emptyset$	2534
56)	a	$\hat{B} = 90$	$h_b = \overline{H_b M_b}$	2129
57)	a	$\hat{B} = 90$	$G \in I(r)$	2519
58)	a	\hat{B}	V_a	2434
59)	a	h_a	h_b [46]	2004
60)	a	h_a	m_a [47]	2022
61)	a	h_a	R [51]	2147
62)	a	h_a	r [52][−153−]	2172
63)	a	h_a	b/c	2145
64)	a	h_a	$AB\hat{M}_b$ [: 288 :]	2526
65)	a	h_b	h_c [57]	2003
66)	a	h_b	m_b [59]	2032
67)	a	h_b	v_c [63]	2033
68)	a	m_a	m_b [71]	1984
69)	a	m_b	m_c [80]	1983
70)	a	v_a	R [92][−195−]	2176
71)	a	v_a	V_a	2144
72)	a	v_b	$b = c$	2074
73)	a	R	r [106][−215−]	2036
74)	a	R	$\hat{B} - \hat{C}$	2471
75)	a	R	\overline{OH}	1975
76)	a	r	$ I(r) \cap M_a(a/2) = 1$	2118
77)	a		$AB = AC, a = BD = AD, a \in AC$	2487
78)	a		$7\widehat{BAM}_a = 7\hat{C} = 2\hat{B}$	2274
79)	a		$R = a - c \hat{A} - \hat{C} = 90$	2403
80)	a		$P \in I(r) \cap BC \quad I(r) \cap M_a(a/2) = 1$	2119
81)	\hat{A}	$b + c$	$h_b + \overline{H_b C}$	2527
82)	\hat{A}	\hat{B}	\hat{C} vértice $A, B \in P(r_1)$ vértice $C \in P(r_2)$	2481
83)	\hat{A}	\hat{B}	h_a [123]	2007
84)	\hat{A}	\hat{B}	m_a [125]	1998

85)	\hat{A}	\hat{B}	v_a	[128]	2034
86)	\hat{A}	\hat{B}	w_a	[-10-]	2168
87)	\hat{A}	\hat{B}	R	[129] [-12-]	2169
88)	\hat{A}	\hat{B}	r	[130]	2072
89)	$\hat{A} = 90$	\hat{B}	r	[130]	2067
90)	\hat{A}	\hat{B}	r_a	[131] [-14-]	2170
91)	\hat{A}	\hat{B}	$2s$	[133]	2061
92)	\hat{A}	\hat{B}	Δ		2112
93)	\hat{A}	\hat{B}	$a + b$		2217
94)	\hat{A}	\hat{B}	$a + c$		2216
95)	\hat{A}	h_a	h_b	[135]	2009
96)	\hat{A}	h_a	m_a	[136]	2056
97)	$\hat{A} = 90$	h_a	m_a	[136]	2065
98)	$\hat{A} = 90$	h_a	m_b	[137]	2012
99)	\hat{A}	h_a	R	[140]	2059
100)	$\hat{A} = 90$	h_a	r		2154
101)	\hat{A}	h_a	$2s$	[144]	2086
102)	$\hat{A} = 90$	h_a	$2s$	[144]	2097
103)	\hat{A}	h_b	h_c	[146]	2008
104)	\hat{A}	m_a	m_b	[160]	1999
105)	$\hat{A} = 90$	m_a	v_a	[161]	1856
106)	\hat{A}	m_a	r	[164]	2041
107)	\hat{A}	m_a	r_a	[165]	2042
108)	\hat{A}	m_b	m_c	[169]	1987
109)	$\hat{A} = 90$	m_b	$2s$	[178]	2023
110)	\hat{A}	v_a	R	[181] [-101-]	2177
111)	\hat{A}	v_a	$b \cdot c$		2091
112)	\hat{A}	v_a	$b + c$		2121
113)	\hat{A}	v_a	$b - c$		2547
114)	\hat{A}	R	r	[195]	2037
115)	\hat{A}	R	b/c	[: 286 :]	2524
116)	$\hat{A} = 90$	R	O	$Y \in AC$ $Z \in AB$	2018
117)	$\hat{A} = 90$	R	$\widehat{H_a A M_a}$		2096
118)	\hat{A}	r	$2s$	[202]	2060
119)	\hat{A}	$2s$	$P \in BC$		2377
120)	$\hat{A} = 90$		$1/a^2 + 1/b^2 = 1/m^2$	$1/a + 1/b = 1/n$	2369
121)	\hat{A}	$a + b$	$a + c$		2020
122)	\hat{A}	$a - b$	$c - b$		2043
123)	\hat{A}	$b \cdot c$	$BM_b \perp CM_c$		2158
124)	\hat{A}	$b + h_a$	$b = c$		2153
125)	$\hat{A} = 90$		$vértice : A \in \ell$	$vértice : B, C$	1985
126)	\hat{A}	AM_a	\cap	BV_b	2063
127)	$\hat{A} = 60$	$2s = 4h_a$			1624
128)	\hat{A}	G	$B \in p$ $C \in q$	[: 297 :]	2529
129)	$\hat{A} = 90$	V_a	V_b	V_c	1982
130)	h_a	h_b	h_c	[211]	1613
131)	h_a	h_b	m_a	[212]	2029

132)	h_a	h_b	m_c	[213]	[: 290 :]	2027
133)	h_a	m_a	b/c			2194
134)	h_a	m_a	m_b	[222]		1989
135)	h_a	m_a	v_a	[223]	[*22*]	2031
136)	h_a	m_a	r	[226]		2138
137)	h_a	m_a	$a = b$	[: 292 :]		2538
138)	h_a	m_a	$\hat{A} = \hat{B}$	[: 292 :]		2528
139)	h_a	m_b	m_c	[231]		1988
140)	h_a	v_a	$b + c$			2556
141)	h_a	R	r			2265
142)	h_a	r	r_a	[262]		2140
143)	h_a	r	$b - c$			2137
144)	h_a	r	$\frac{I(r) \cap BC}{I_a(r_a) \cap BC}$			2139
145)	h_a	$2s$	h_b	máxima		2541
146)	h_a	$\widehat{BAM}_a = \widehat{M_aAH}_a = \widehat{H_aAC}$				2057
147)	h_a	$B - C$	$\frac{CH_a}{CH_a} - \frac{BH_b}{BH_b}$	[: 287 :]		2525
148)	h_a	OM_a	OM_b	OM_c		2095
149)	m_a	m_b	m_c	[273]	[-288-]	1939
150)	m_a	m_b	Δ	[281]	[: 285 :]	2523
151)	v_a	v_b	v_c	[313]		2035
152)	v_a	$\widehat{BAM}_a = \widehat{M_aAH}_a = \widehat{M_aHaC}$				2151
153)	R	$b + c$	$\hat{B} - \hat{C}$	[: 295 :]		2542
154)	R	$a + h_a$	$b = c$			1339
155)	R	$a + h_a$	$b = c$			2196
156)	R	O	$X \in AH \cap O(R)$	$Y \in AG \cap O(R)$	$Z \in AI \cap O(R)$	2030
157)	R	H_a	M_a	vértice : A		2114
158)	R	$N \in$	$O(R)$			1798
159)	r	r_a	$b - c$			2550
160)	r	r_a	$b + c$			2551
161)	r	$\widehat{BAM}_a = \widehat{M_aAH}_a = \widehat{M_aHaC}$				2150
162)	r	IA	IB	IC		1976
163)	r_a	r_b	r_c			2304
164)	r_a	r_b	Δ	[349]		2053
165)	r_b	r_c	$b + c$			2554
166)	r_b	r_c	$b - c$			2553
167)						2367
168)	$a = b = c$	P	PA	PB	PC	2412
169)	AB	AC	IH			2531
170)	AB	AC	OH			2532
171)	$A \in NP, B \in PMPM, C \in MN; M \in B'C', N \in C'A', P \in A'B'; AB \parallel A'B', BC \parallel B'C', CA \parallel C'A'$					2409
172)	$h_a = a$	$m_b = b$				2546
173)	I	IA	IB	IC	$Z \in BC$	1974
174)	I	G	vértice : A			2164
175)	I	O	vértice : A			2040
176)	I	O	H			2130
177)	I	O	N			2093
178)	I	H_a	M_a			2558
179)	I	H	H_a	[= 131 =]		2535
180)	I	M_a	vértice : A	$d(I, M_a) = d(A, IM_a)$		2163

181)	G vértice : $A \ B \in p \ C \in q$ [: 294 :].....	2292
182)	G BC $P \in AB \ Q \in AC$	2125
183)	G BC $P \in AB \ Q \in AC$	2120
184)	O H eje órtico.....	2536
185)	O $H_a \ V_a$	2104
186)	O H vértice : A.....	2087
187)	O N M_a	2039
188)	O K vértice : A.....	2113
189)	O $M_a \ H_b$	2530
190)	O V_a vértice : A.....	2179
191)	$H_a \ H_b \ AB$	2090
192)	$H_a \ H_b \ H_c$ [*24*].....	1979
193)	$H_a \ H_b \ V_a$	2488
194)	H $b = c \ AB \ X \in BC \ HX \parallel AB$	2071
195)	H $M_a \ M_b$	2375
196)	H $V_a \ W_a$	2513
197)	$M_a \ N_a$ vértice : A.....	2537
198)	$M_a \ M_b \ M_c$ [*23*].....	2089
199)	$M_a \ V_a \ E_a$	2376
200)	$M_a \ W_a \ E_a$	2378
201)	$V_a M_b D$ triángulo ceviano.....	2533
202)	X $AX = p \ BX = q \ CX = r \ a = b = c$	2374
203)	X $\in BC \ Y \in CA \ Z \in AB \ BX : XC = p \ CY : YA =$ q $AX : ZB = r$	2136

Ver también la página WEB:

<http://webpages.ull.es/users/amontes/angel/pdf/ct.pdf>.

⊛ **Algunas construcciones básicas**

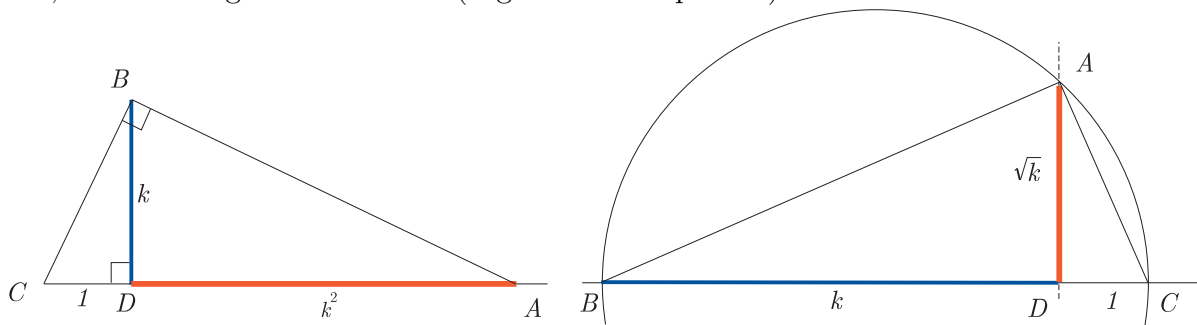
Exponemos aquí ciertas construcciones (algunas poco justificadas) que se utilizan frecuentemente en la resolución de triángulo y que no siempre se detallan allí.

C1. Construir un segmento de longitud k^2

Sobre la perpendicular en el extremo D de un segmento CD de longitud unidad, trazamos un segmento DB de longitud k dada. La perpendicular a CB en B corta a la recta CD en A . El triángulo \widehat{ABC} es rectángulo y se verifica que la altura relativa a la hipotenusa es media proporcional entre los dos segmentos en que divide a la base; es decir,

$$\overline{BD}^2 = \overline{CD} \cdot \overline{DA}, \quad a^2 = 1 \cdot k = k.$$

Así, DA es el segmento buscado (Figura de la izquierda).



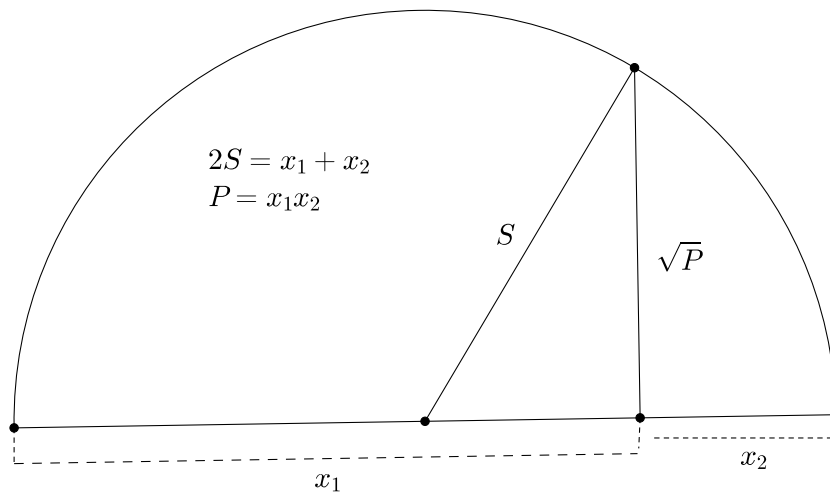
C2. Construir un segmento de longitud \sqrt{k}

Sobre una misma recta se trazan dos segmentos contiguos BD de longitud k y DC de longitud unidad. Se traza la circunferencia de diámetro BC y la perpendicular por D a BC . Ambas se cortan en A y el triángulo \widehat{ABC} es rectángulo en A . La altura AD es media proporcional entre los dos segmentos en que divide a la hipotenusa:

$$\overline{AD}^2 = \overline{BD} \cdot \overline{DC} = k \cdot 1 = k.$$

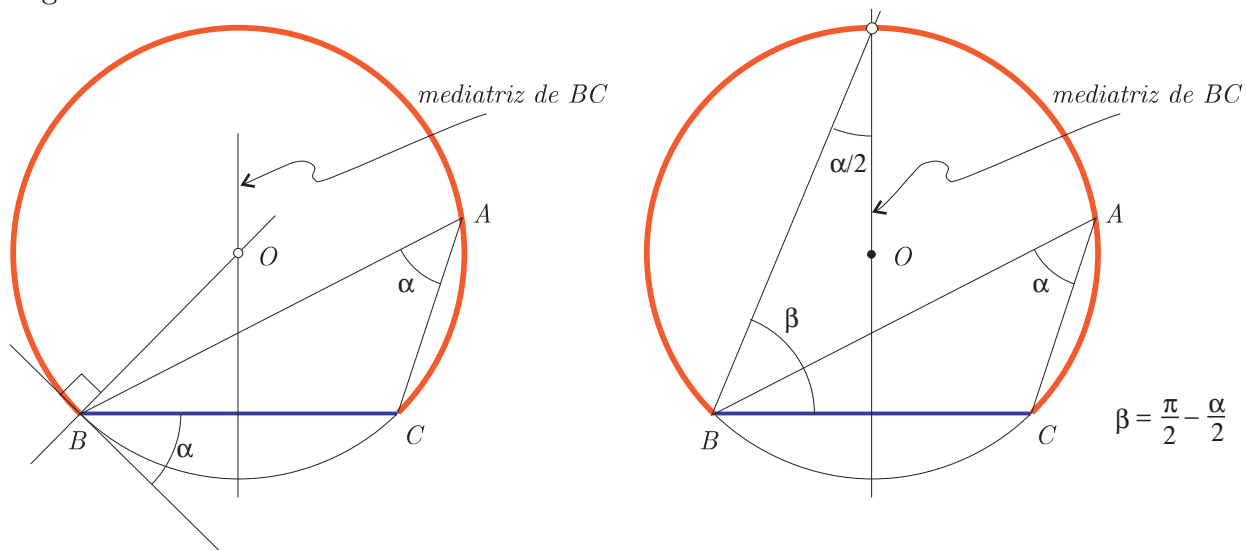
Luego, AD es el segmento pedido de longitud \sqrt{k} . (Figura de la derecha)

C3. Construir la raíces de la ecuación de segundo grado $x^2 - 2Sx + P = 0$ ($S > 0$, $P > 0$)



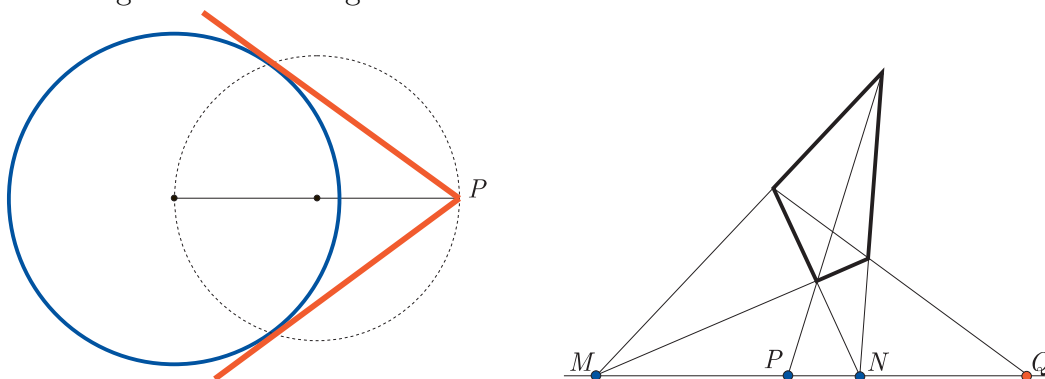
C4. Arco capaz del ángulo α sobre el segmento BC

Es el lugar geométrico de los puntos desde los cuales se ve al segmento BC bajo el mismo ángulo α .



C5. Tangente a una circunferencia desde un punto exterior

Dada la circunferencia y punto P exterior, se traza la circunferencia de diámetro el segmento que une P con el centro de la circunferencia dada. Los puntos de corte de ambas circunferencias son los de tangencia de las tangentes desde P .

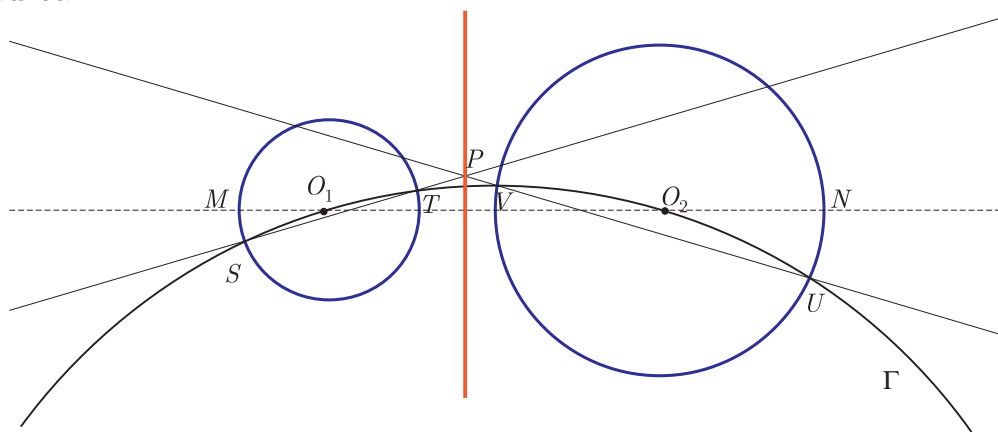


C6. Cuarto armónico

Construir el punto Q armónicamente separado de P respecto a M y N .

Utilizamos el hecho de que en un cuadrivértice dos puntos diagonales están **separados armónicamente** de los dos puntos en que la recta que los une corta a los dos lados opuestos del cuadrivértice que pasan por el tercer punto diagonal.

C7. Eje radical



El eje radical de dos circunferencias $O_1(R_1)$ y $O_2(R_2)$, cuando éstas se cortan, es la recta que pasa por los puntos de intersección de ambas.

Cuando las circunferencias son disjuntas, es decir, cuando sean exteriores una de la otra o cuando una está contenida en la otra, acudimos al caso anterior sin más que trazar una circunferencia que sea secante a las dos circunferencias dadas (no concéntricas).

Construimos la intersección de las dos circunferencias con la recta que une sus centros. Tomemos de estos puntos el segmento MN sobre la recta O_1O_2 , de tal forma que el segmento O_1O_2 quede en su interior. La circunferencia Γ que pasa por O_1 y O_2 y de radio MN corta a las dos circunferencias $O_1(R_1)$ y $O_2(R_2)$, incluso cuando una está contenida en la otra, puesto que su radio es $R_1 + R_2 + O_1O_2$.

Si ST es el eje radical de $O_1(R_1)$ y Γ y UV es el eje radical de $O_2(R_2)$ y Γ , la intersección P de estos dos ejes radicales pertenece pues al eje radical de las dos circunferencias dadas, el cual es además perpendicular a O_1O_2 .

Referencias

- [1] **José Echegaray**.- Problemas de Geometría. Madrid, 1865, Facsimil editado por la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. 2000
- [2] **Harold Connelly**.- An extension of triangle constructions from located points. Forum Geometricorum, 9 (2009) 109–112.
- [3] **Harold Connelly; Beata Randrianantoanina**.- An Angle Bisector Parallel Applied to Triangle Construction. Forum Geometricorum Volume 9 (2009) 161-163.
- [4] **V. B. Fursenko**.- Lexicographical account of constructional problems of triangle geometry problems (en ruso). Mathematics in schools, 1937 (5) pp. 4-30, 1937 (6) pp. 21-45, Moscow, USSR. **Pág. WEB:**
<http://g.boutte.free.fr/geometrie.htm>
- [5] Ludi geometrici. **Pág. WEB:**
<http://www.polarprof.org/geometriagon/>
- [6] **V. Gusev; V. Litvinenko; A. Mordkovich**.- Solving Problems in Geometry. Mir Publishers, 1988.
- [7] **Luís Lopes**.- Manuel de construction de triangles. QED TEXTE, Boucherville, Quebec, 1996.
- [8] **Petru Mironescu and Laurentiu Panaitopol**.- The existence of a triangle with prescribed angle bisector lengths. American Mathematical Monthly, 101 (1994) 58-60
- [9] **V. Prasolov**.- Problems on Plane Geometry (to be published) **Pág. WEB:**
<http://www.math.su.se/~mleites/> Books translated
- [10] **P. Puig Adam**.- Curso de Geometría Métrica (2 vols.). Madrid. Ed. Euler, 1986
- [11] **Juan Sapiña Borja**.- Problemas Gráficos de Geometría . Madrid. 1955. **Pág. WEB:**
- [12] **W. Wernick**.- Triangle constructions with three located points. Mathematics Magazine 55(1982)4, pp.227-230.
- [13] **Paul Yiu**.- Elegant Geometric Construct. Forum Geometricorum 5(2005) 75-96.
- [14] **Paul Yiu**.- Conic constructions of a triangle from the feet of its angle bisectors. Journal for Geometry and Graphics 12(2008) 133-144.
- DIRECCIONES ELECTRÓNICAS:
- [15] **Ricardo Barroso Campos**.- Laboratorio virtual de triángulos con Cabri II, **Pág. WEB:**
<http://www.personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/index.htm>
- [16] **Alexander Bogomolny**.- The many ways to construct a triangle, **Pág. WEB:**
<http://www.cut-the-knot.org/triangle/index.shtml#table>
- [17] **Quim Castellsaguer**.- Todo Triángulos Web, **Pág. WEB:**
<http://www.xtec.es/~qcastell/ttw/ttwesp/portada.html>
- [18] **Francisco García Capitán**.- Problemas de Triángulos con Cabri. **Pág. WEB:**
<http://www.garciacapitan.auna.com/ricardo/>
- [19] **Ricard Peiró**.- Resolució de triangles. **Pág. WEB:**
<http://webs.ono.com/rpe1/resolucio1.htm>
- [20] **Vesna Marinkovic**.- On-line compendiums of triangle location construction problems **Pág. WEB:**
<http://poincare.matf.bg.ac.rs/~vesnap/animations/compendiums.html>
- [21] **The list of Wernick's problems**.- **Pág. WEB:**
http://poincare.matf.bg.ac.rs/~vesnap/animations/compendium_wernick.html

[22] **The Math Forum.**- Ask Dr. Math **Pág. WEB:**

http://mathforum.org/library/drmath/sets/college_constructions.html