Propiedades de centros de un triángulo

Angel Montesdeoca

Versión 2.1609212037

EL BURRO FLAUTISTA

Esta fabulilla,
salga bien o mal,
me ha ocurrido ahora
por casualidad.

Cerca de unos prados
que hay en mi lugar,
pasaba un borrico
por casualidad.

Una flauta en ellos
halló, que un zagal
se dejó olvidada
por casualidad.

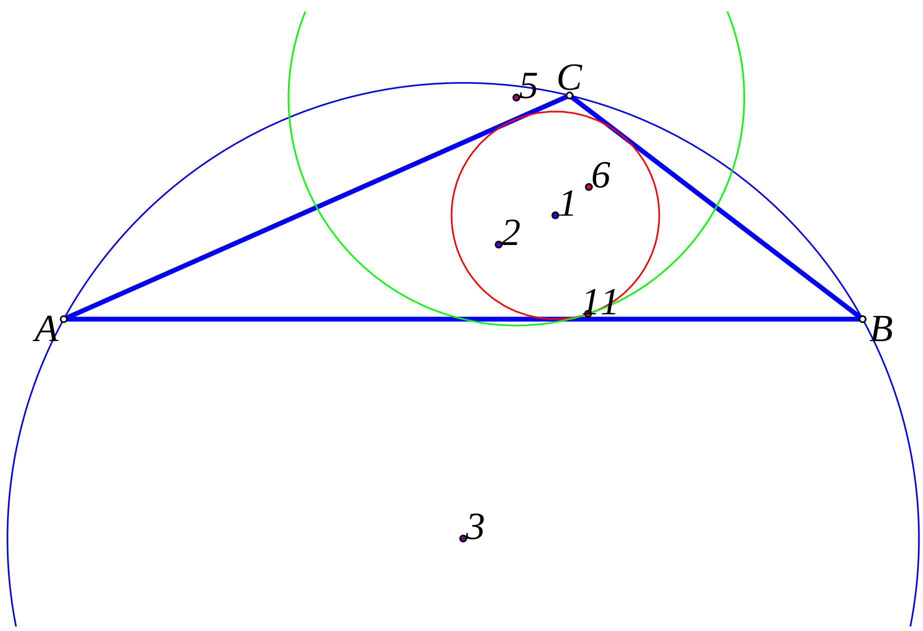
Acercóse a olerla
el dicho animal,
y dio un resoplido
por casualidad.

En la flauta el aire
se hubo de colar,
y sonó la flauta
por casualidad.

"¡Oh!", dijo el borrico,
"¡qué bien sé tocar!
¡y dirán que es mala
la música asnal!".

Sin reglas del arte,
borriquitos hay
que una vez aciertan
por casualidad.

Tomás de Iriarte



(1)

1 Introducción

A diferencia de los cuadrados y los círculos, los triángulos tienen muchos centros. Los antiguos griegos encontraron cuatro: incentro, baricentro, circuncentro y ortocentro. Los puntos que ahora se conoce como centro de la circunferencia de los nueve puntos, simediano, punto de Gergonne,

(1) La figura está generada directamente con Mathematica utilizando la rutina graficaBaricentricas definida utilizando el cuaderno *baricentricas.nb* de F.J. García Capitán [1](ver pág. 76).

puntos de Fermat o punto de Feuerbach, por nombrar algunos, se han añadido a la literatura. En la década de 1980, se observó que estos puntos especiales comparten algunas propiedades generales que ahora forman la base de una definición formal de centros de un triángulo:

Un centro de un triángulo es un punto cuyas coordenadas baricéntricas están definidas mediante una función de las variables a, b y c (que son las longitudes de los lados), de modo que se expresen en la forma:

$$\big(f(a,b,c) : f(b,c,a) : f(c,a,b)\big),$$

donde f es homogénea en a, b, c, es decir, existe un número ρ real, no negativo, tal que

$$f(ta,tb,tc) = t^{\rho} f(a,b,c), \text{ para todo } (a,b,c) \text{ en el dominio de } f;$$

y simétrica en b y c, es decir,

$$f(a,b,c) = f(a,c,b).$$

En "The Encyclopedia of Triangle Centers" de Clark Kimberling, denotada abreviadamente por "ETC", se les denominada "triangle center", se denota por X_n o bien por $X(n)$ y en ella, el incentro y el baricentro son los dos primeros, es decir X_1 y X_2, respectivamente:

http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/index.html

Algunas notaciones:

Dado en el plano un triángulo $\widehat{ABC}$, se designa, como se ha dicho, por a, b y c las longitudes de los lados opuestos a los vértices A, B y C, respectivamente; por las mismas letras A, B y C, se denotan los ángulos en los vértices correspondientes; por $s = (a+b+c)/2$ el semiperímetro; por S el doble del área Δ; y, usando la notación (Conway), $S_\theta = S \operatorname{cotag} \theta$, se tiene, en particular, que

$$S_A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2}, \qquad S_B = \frac{c^2+a^2-b^2}{2}, \qquad S_C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2}.$$

A continuación se da una lista de algunas propiedades de ciertos centros de un triángulo (que figuran o no en ETC) y se proporciona un enlace a donde se tratan.

2 Centros de un triángulo que figuran en ETC

Num.	*Primera coordenada baricéntricas*	Nombre
1	a	Incentro

Punto fijo de las rectas que contiene a los puntos A_1, B_1 y C_1, cuando P es el incentro o el simétrico de éste respecto al punto de Feuerbach , en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto, ℓ_P un recta que pasa por P y A' el otro punto de intersección de ℓ_P y la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$; similarmente se definen B' y C'. Sean O_a, O_b y O_c los centros de las circunferencias circunscritas a $\widehat{PBC}, \widehat{PCA}$ y $\widehat{PAB}$, respectivamente. Entonces, los puntos $A_1 = BC \cap A'O_a, B_1 = CA \cap B'O_b$ y $C_1 = AB \cap C'O_c$ están alineados y la recta que los contiene pasa por un punto fijo, cuando la recta ℓ_P gira alrededor de P." (Hyacinthos, message #18877)

2	1	Baricentro

▲ Tripolo de la recta que contiene a los puntos A', B' y C', cuando P es el circuncentro, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el punto de intersección de la tangente a circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ en P con BC; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los puntos A', B' y C' están alineados" (Hyacinthos, message #18872)
▲ Punto fijo de las rectas que contiene a los puntos A_1, B_1 y C_1, cuando P coincide con los puntos de Fermat, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto, ℓ_P un recta que pasa por P y A' el otro punto de intersección de ℓ_P y la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$; similarmente se definen B' y C'. Sean O_a, O_b y O_c los centros de la circunferencias circunscritas a $\widehat{PBC}, \widehat{PCA}$ y $\widehat{PAB}$, respectivamente. Entonces, los puntos $A_1 = BC \cap A'O_a, B_1 = CA \cap B'O_b$ y $C_1 = AB \cap C'O_c$ están alineados y la recta que los contiene pasa por un punto fijo, cuando la recta ℓ_P gira alrededor de P." (Hyacinthos, message #18877)
▲ Centro de la circunferencia que pasa por P (cualquiera de los dos puntos de Fermat) y los puntos X, Y y Z, definidos como sigue: "La tripolar de P interseca a BC, CA, AB en D, E, F, respectivamente. Las rectas PD, PE, PF vuelven a cortar a las circunferencia circunscritas a $\triangle BPC, \triangle CPA, \triangle APB$ en X, Y, Z, respectivamente."
▲ Perspector de la circunferencia de Spieker.

3	$a^2 S_A$	Circuncentro

▲ Punto de Bevan el triángulo órtico.
▲ Punto fijo de las rectas que contiene a los puntos A_1, B_1 y C_1, cuando P es el ortocentro, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto, ℓ_P un recta que pasa por P y A' el otro punto de intersección de ℓ_P y la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$; similarmente se definen B' y C'. Sean O_a, O_b y O_c los centros de la circunferencias circunscritas a $\widehat{PBC}, \widehat{PCA}$ y $\widehat{PAB}$, respectivamente. Entonces, los puntos $A_1 = BC \cap A'O_a, B_1 = CA \cap B'O_b$ y $C_1 = AB \cap C'O_c$ están alineados y la recta que los contiene pasa por un punto fijo, cuando la recta ℓ_P gira alrededor de P." (Hyacinthos, message #18877)

4	$S_B S_C$	Ortocentro

▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo de vértices los perspectores de las cónicas circunscritas con centros en los puntos medios de los lados.
▲ Punto de intersección de las tangentes en los vértices A, B y C a las respectivas hipérbolas de Apolonio relativas a la elipse de Steiner inscrita.
▲ Perspector de la circunferencia circunscrita al triángulo anticomplementario.

6	a^2	Simediano

▲ Polo de la recta GH respecto a la hipérbola de Kiepert.
▲ Punto de intersección de las rectas AF_a, BF_b y CF_c, siendo F_a el foco de la parábola tangente a AB y AC en B y C y pasa por el punto medio de los puntos medios de los lados AB y AC. F_b y F_c se definen similarmente.
▲ El punto intermedio del triángulo órtico.
▲ Tripolo de la recta que contiene a los puntos A', B' y C', cuando P es uno de los puntos isodinámicos, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el punto de intersección de la tangente a circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ en P con BC; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los puntos A', B' y C' están alineados" (Hyacinthos, message #18872)
▲ Perspector de la cónica con centro en el ortocentro y circunscrita al triángulo órtico .

7	$\dfrac{1}{b+c-a}$	Punto de Gergonne

Punto asociado a la circunferencia de Conway.

8	$b+c-a$	Punto de Nagel

Punto de intersección de las tres rectas que pasan por los pares de puntos (distinto del de tangencia) de corte de cada par de parábolas bitangentes a la circunferencia inscrita en cada par de vértices del triángulo de contacto interior.

10	$b+c$	Punto de Spieker

▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$, definido éste como sigue: Sobre el lado AB se toman el punto C_b en la semirrecta con origen en B que no contiene a A y tal que $BC_b = BC$ y sobre el lado AC el punto B_c en la semirrecta con origen en B que no contiene a A tal que $CB_c = CB$; las rectas BB_c y CC_b se cortan en A'. Similarmente, procediendo de forma cíclica se obtienen los puntos B' y C'.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{37}, en los segundos puntos donde las bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P = X_{37}$).

12	$\dfrac{(b+c)^2}{b+c-a}$	

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector X_{523}, en los segundos puntos donde las bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P = X_{523}$).

17	$\dfrac{1}{S_A+\sqrt{3}S}$	Primer punto de Napoleón

Centro de perspectividad cuando P es el segundo punto de Fermat, X_{14}, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el otro punto de intersección de la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ con la perpendicular a AP en P; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son perspectivos" (Hyacinthos, message #18868)

18	$\dfrac{1}{S_A-\sqrt{3}S}$	Segundo punto de Napoleón

Centro de perspectividad cuando P es el primer punto de Fermat, X_{13}, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el otro punto de intersección de la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ con la perpendicular a AP en P; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son perspectivos" (Hyacinthos, message #18868)

19	$\dfrac{a}{S_A}$	

Punto X_{173} del triángulo órtico.

20	$a^2S_A-S_BS_C$	Punto de De Longchamps

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$, definido éste como el que tiene sus vértices en los cuartos puntos de intersección de las cónicas circunscritas con centros en los puntos medios de los lados.

23	$a^2(b^4+c^4-a^4-b^2c^2)$	"Far-out point"

Punto X_{23}: Si $\widehat{ABC}$ es un triángulo y $\widehat{A'B'C'}$ su triángulo tangencial, las circunferencias circunscritas a los triángulos $\widehat{AA'O}$, $\widehat{BB'O}$ y $\widehat{CC'O}$ tiene en común, además de O, el punto X_{23}. Por lo que, este punto es el simétrico de O respecto a la recta que contiene a los centros, O_a, O_b y O_c, de tales circunferencias.

24	$\dfrac{a^2(a^4+b^4+c^4-2a^2(b^2+c^2))}{b^2+c^2-a^2}$	

▲ Punto X_{46} del triángulo órtico.
▲ Centro de perspectividad cuando P es el circuncentro, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el otro punto de intersección de la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ con la perpendicular a AP en P; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son perspectivos" (Hyacinthos, message #18868)

25	$\dfrac{a}{S_A}$	Centro de homotecia de los triángulo órtico y tangencial

▲ Centro radical de las circunferencias circunscritas a los cuadriláteros B_a, C_a, B', C', C_b, A_b, C', A' y A_c, B_c, A', B', siendo $\widehat{A'B'C'}$ el triángulo tangencial y si $\widehat{A''B''C''}$ el triángulo tangencial del triángulo circunceviano del ortocentro, entonces $B_a = B''C'' \cap A'C'$, $C_a = B''C'' \cap A'B'$, $C_b = C''A'' \cap A'B'$, $A_b = C''A'' \cap B'C'$, $A_c = A''B'' \cap B'C'$ y $B_c = A''B'' \cap C'A'$.
▲ Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo órtico.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por los centros de las cónicas circunscritas conjugadas isogonales de los lados del triángulo medial.
▲ Punto X_{57} del triángulo órtico.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el simediano, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.

28	$\dfrac{a}{(b+c)S_A}$	

Conjugado del baricentro en la involución que el haz de cónicas circunscritas, que pasan por el incentro, induce sobre la recta de Euler.

30	$2a^4 - (b^2 - c^2)^2 - a^2(b^2 + c^2))$	Punto del infinito de la recta de Euler

▲ Punto X_{517} del triángulo órtico.
▲ Tripolo del eje de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$, tal que si D, E, F son los pies de las alturas, se verifica $\dfrac{AA'}{AD} = \dfrac{BB'}{BE} = \dfrac{CC'}{CF} = \dfrac{2}{3}$.

32	a^4	

Punto de intersección de las tangentes en los vértices de $\widehat{ABC}$ a la cúbica pseudo-pivotal $ps\mathcal{K}(X_{1974}, X_4, X_2)$. Bernard Gibert.- Pseudo–Pivotal Cubics and Poristic Triangles. (http://pagesperso-orange.fr/bernard.gibert/files/psks.html)
▲ Punto de intersección del eje de Brocard (OK) con la recta que une X_{25} y el centro de la cónica circunscrita con este perspector.
▲ Dado un triángulo ABC y sea $M_aM_bM_c$ su triángulo medial. Se consideran los triángulos semejantes a ABC siguientes: AM_aC_{aa}, AM_bC_{ab}, $AB_{aa}M_a$, $AB_{ac}M_c$ y el punto $A' = C_{aa}C_{ab} \cap B_{aa}B_{ac}$; se definen de forma similar los puntos B' y C'. Entonces los triángulos ABC y $A'B'C'$ sean perspectivos, con centro de perspectividad en X_{32}.

35	$a^2(2S_A + bc)$

Centro de perspectividad cuando P es el inverso del incentro en la circunferencia circunscrita, X_{36}, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el otro punto de intersección de la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ con la perpendicular a AP en P; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son perspectivos" (Hyacinthos, message #18868)

37	$a(b + c)$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{42}, en los segundos puntos donde las simedianas la cortan.

42	$a^2(b + c)$

▲ Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_1.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{37}, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.

46	$a(-aS_A + bS_B + cS_C)$

Punto de intersección (distinto del incentro, no situado en la recta del infinito ni en la circunferencia circunscrita) de la recta $\ell = OI$ con la curva algebraica de quinto grado, lugar geométrico de los puntos Q, satisfaciendo a la siguiente propiedad:
Si ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c son las simétricas de ℓ respecto a AQ, BQ y CQ, respectivamente, y d_a, d_b y d_c las paralelas por A, B y C a ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c, respectivamente, entonces d_a, d_b y d_c son concurrentes.
Cuando $Q = X_{46}$, el punto de concurrencia de d_a, d_b y d_c es el X_{104}.

53	$$\frac{a^2(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2}{S_A}$$	Simediano del triángulo órtico

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{51}, en los segundos puntos donde las simedianas la cortan.

55	$$a^2(b+c-a)$$	Polo, con respecto a la circunferencia circunscrita, de la polar trilineal del incentro

▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo de vértices en los otros puntos en que las medianas del triángulo de contacto interior cortan a la circunferencia inscrita.
▲ Punto doble de la cúbica unicursal, lugar geométrico del producto baricéntrico del punto P y del centro de la cónica circunscrita de perspector P, cuando P varía en la recta que contiene al incentro y al punto intermedio.
▲ Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_{100}.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{650}, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.
▲ Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, Γ_a la circunferencia que pasa por B y C y es tangente internamente a la circunferencia inscrita y similarmente, las circunferencias Γ_b y Γ_c. Designamos por P_a el punto de contacto de Γ_a y la circunferencia inscrita; similaramente, sean P_b y P_c. Sea Q_a el punto de concurrencia de las tangentes a la circunferencia inscrita en P_b y P_c; y similarmente, Q_b y Q_c. Finalmente, sea T_a el punto de intersección de las rectas BP_c y CP_a; similarmente se definen T_b y T_c.
Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{T_aT_bT_c}$.

56	$$\frac{a^2}{b+c-a}$$	

▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{DEF}$ inscrito en la circunferencia inscrita, con D el punto en que la paralela por A_I a la bisectriz en A vuelve a cortar a la circunferencia inscrita, siendo $\widehat{A_IB_IC_I}$ el triángulo de contacto interior. E y F se definen cíclicamente.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la circunferencia circunscrita en los segundos puntos donde las bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P=K$).

57	$$\frac{a}{b+c-a}$$	Centro de perspectividad de los triángulos de contacto interior y extangencial

▲ Perspector de la cónica inscrita determinada por los puntos que tienen por coordenadas homogéneas, respecto a la referencia proyectiva $\{A, B, C; X\}$, las mismas que las coordenadas baricéntricas de X, cuando X recorre la circunferencia inscrita.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{XYZ}$ inscrito en el triángulo de contacto interior $\widehat{A_IB_IC_I}$; siendo X el punto que divide al segmento B_IC_I en la razón $B_IX : XC_I = (a+b-c) : (c+a-b)$; $C_IY : YA_I = (c+a-b) : (b+c-a)$ y $A_IZ : ZB_I = (c+a-b) : (b+c-a)$.
▲ Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo de contacto interior.
▲ Tripolo de la recta que contiene a los puntos A', B' y C', cuando P es el incentro o el inverso de éste en la circunferencia circunscrita, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el punto de intersección de la tangente a circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ en P con BC; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los puntos A', B' y C' están alineados" (Hyacinthos, message #18872)
▲ Perspector de la circunferencia de Bevan y de la circunscrita al triángulo excentral.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el incentro, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la circunferencia inscrita en los puntos de contacto de las circunferencias que son tangentes a la circunferencia inscrita y pasan, respectivamente, por B y C, C y A, A y B.

58	$\dfrac{a^2}{b+c}$	

Punto de intersección del eje de Brocard (OK) con la recta que une X_{27} y el centro de la cónica circunscrita con este perspector.

61	$a^2(S_A + \sqrt{3}S)$	Conjugado isogonal del primer punto de Napoleón

Centro de perspectividad cuando P es el segundo punto isodinámico, X_{16}, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el otro punto de intersección de la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ con la perpendicular a AP en P; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son perspectivos" (Hyacinthos, message #18868)

62	$a^2(S_A - \sqrt{3}S)$	Conjugado isogonal del segundo punto de Napoleón

Centro de perspectividad cuando P es el primer punto isodinámico, X_{15}, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el otro punto de intersección de la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ con la perpendicular a AP en P; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son perspectivos" (Hyacinthos, message #18868)

63	aS_A	

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{U'V'W'}$, siendo U' el simétrico (respecto al pie de la bisectriz desde A) de la intersección U de BC con la paralela a AI por O; V' y W' definidos similarmente.
▲ $I_aI_bI_c$ es el triángulo excentral, las rectas d, e, f cuyos coeficientes de sus ecuaciones son las coordenadas de los puntos I_a, I_b y I_c, respecto a ABC, determinan un triángulo UVW *perspectivo con* $I_aI_bI_c$*, con centro de perspectividad* X_{63}. (Figura EPS),

65	$\dfrac{a(b+c)}{b+c-a}$	Ortocentro del triángulo de contacto interior

▲ Punto de intersección de las rectas ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c, siendo ℓ_a la paralela a la bisectriz en A por el punto A_I de contacto con BC de la circunferencia inscrita; ℓ_b y ℓ_c definidas similarmente.
▲ Foco, distinto del incentro, de la elipse envolvente de la polares de los puntos de la circunferencia circunscrita, respecto a su circunferencia inscrita.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el formado por las rectas $A'_bA'_c$, $B'_cB'_a$ y $C'_aC'_B$, tomado A'_c en la semirrecta sobre AB que no contiene a A y tal que los segmentos BA'_b y BC son iguales; el punto A'_b es elegido en la semirrecta sobre AC que no contiene a A y tal que los segmentos CA'_b y BC son iguales. Los puntos B'_c, B'_a y C'_a, C'_B se define similarmente.
▲ Centro de perspectividad del triángulo de contacto interior y del triángulo $\widehat{A'B'C'}$, homotético a $\widehat{ABC}$ e inscrito en el triángulo de contacto interior.

66	$\dfrac{1}{b^4+c^4-a^4}$	

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$, determinado por las rectas A_bA_c, B_cB_a y C_aC_b, que pasan por los vértices de los rectángulos ABA_bB_a con C sobre A_bB_a, BCB_cC_b con A sobre B_cC_b y CAC_aA_c con B sobre C_aA_c.

68	$\dfrac{S_A}{S^2-S_A^2}$	Punto de Prasolov

▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A^*B^*C^*}$, siendo A^* el punto de intersección de las mediatrices de BC y AH; B^* y C^* definidos similarmente.
▲ Centro de perspectividad cuando P es el ortocentro, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el otro punto de intersección de la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ con la perpendicular a AP en P; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son perspectivos" (Hyacinthos, message #18868)

74	$\dfrac{a^2}{a^2S_A-2S_BS_C}$	

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$, determinado por las rectas ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c, que pasan por los puntos de intersección de la tripolar del ortocentro y son paralelas a las respectivas alturas; es decir, si D es el punto de intersección de BC de la tripolar de H, ℓ_a es paralela a AH (similarmente para ℓ_b y ℓ_c).

79	$\dfrac{1}{2S_A + bc}$	Punto de Gray

Centro de perspectividad cuando P es el simétrico del incentro respecto al punto de Feuerbach, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el otro punto de intersección de la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ con la perpendicular a AP en P; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son perspectivos" (Hyacinthos, message #18868)

86	$\dfrac{1}{b+c}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo degenerado $\widehat{A'B'C'}$, siendo A', B' y C' puntos asociados a la circunferencia de Conway.

87	$\dfrac{a}{ab+ac-bc}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector al incentro, en los segundos puntos donde las simedianas la cortan.

89	$\dfrac{a}{2b+2c-a}$

▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A''B''C''}$. Se definen A'', B'' y C'' como sigue: sean A', B' y C' los puntos donde las bisectrices interiores vuelven a cortar a la elipse circunscrita de perspector el incentro; ℓ_a la recta simétrica, respecto a BC de la tangente a dicha elipse en A'; se definen ℓ_b y ℓ_c similarmente; entonces $A'' = \ell_b \cap \ell_c$, $B'' = \ell_c \cap \ell_a$ y $C'' = \ell_a \cap \ell_b$.
▲ Tripolo de la recta homotética de la tripolar del incentro, mediante la homotecia de centro el incentro y razón $1/2$.

96	S_A	Conjugado isotómico del ortocentro

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$, siendo A' el punto de tangencia de la tangente paralela a BC en la parábola envolvente de las rectas que unen los puntos en las perpendiculares desde un punto variable en BC cortan a los otros dos lados AB y AC (distintos de los pies de dichas perpendiculares).

98	$\dfrac{1}{S_B S_C - S_A^2}$	Punto de Tarry

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$, siendo A' el centro de la hipérbola de Apolonio de A respecto a la elipse de Steiner inscrita. Los puntos B' y C' son definidos similarmente.

100	$\dfrac{a}{b-c}$	Anticomplemento del punto de Feuerbach

▲ Centro areal de los triángulos medial y de contacto interior (triángulo ceviano del punto de Gergonne).
▲ Centro areal de los triángulos medial y de contacto exterior (triángulo ceviano del punto de Nagel).

101	$\dfrac{a^2}{b-c}$	

▲ Centro areal de los triángulos órtico y de contacto exterior.
▲ Centro areal de los triángulos ceviano y pedal del punto de Gergonne.
▲ Foco de la parábola inscrita con punto del infinito el de la recta que pasa por el incentro y el simediano.

106	$a^2(a^2 - a(b+c) - 2(b^2+c^2) + 5bc)$	

La circunferencia que pasa por A y es tangente en el incentro a la bisectriz en B, corta a AC en B_a; la circunferencia que pasa por A y es tangente en el incentro a la bisectriz en C, corta a AB en C_a. Si $\widehat{A_I B_I C_I}$ es el triángulo circunceviano del incentro, sea $A' = B_a B_I \cap C_a C_I$. Similarmente, se definen los puntos B' y C'. X_{106} es el punto de intersección de las rectas AA', BB' y CC', sobre la circunferencia circunscrita.

109	$\dfrac{a^2}{(b-c)(b+c-a)}$	

▲ Centro areal de los triángulos órtico y de contacto interior.
▲ Centro areal de los triángulos ceviano y pedal del punto de Nagel.

110	$\dfrac{a^2}{b^2-c^2}$	Foco de la parábola de Kiepert

▲ Centro areal de los triángulos medial y órtico.
▲ Centro areal de los triángulos medial y pedal del baricentro.

112	$\dfrac{a^2}{S_A(S_B-S_C)}$

Foco de la parábola inscrita envolvente de las tripolares de los puntos de la recta de Euler.

115	$(b^2-c^2)^2$	Centro de la hipérbola de Kiepert

Dado un triángulo $\widehat{ABC}$, consideremos la circunferencia Γ_a (distinta de la circunferencia circunscrita Γ a $\widehat{ABC}$) que pasa por B y C y tangente a la recta tangente en A a Γ. Procediendo cíclicamente, se definen las circunferencias Γ_b y Γ_c. Entonces, el centro radical de Γ_a, Γ_b y Γ_b es el centro de la hipérbola de Kiepert (hipérbola equilátera circunscrita que contiene al baricentro).

128	$S_B S_C(-b^2c^2+2(S^2-S_A^2))$ $(-c^2(S^2-S_C^2)-b^2(S^2-S_B^2))$ $(a^4(S^2-S_A^2)-2(S_A^2a^4-S_A(b^2-c^2)^2a^2$ $-S_BS_C(b^2-c^2)^2))$

Punto X_{74} del triángulo órtico.

140	$3S^2-S_BS_C$

Baricentro de los vértices del triángulo medial y su ortocentro (circuncentro del triángulo de referencia).

141	b^2+c^2

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{39}, en los segundos puntos donde las simedianas la cortan.

155	$a^2(a^2-b^2-c^2)$ $(a^6-3a^4(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)$ $+a^2(3b^4-2b^2c^2+3c^4))$	

Punto X_{84} del triángulo órtico.

174	$\sqrt{\dfrac{a}{-a+b+c}}$	"Yff Center Of Congruence"

Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y el $\widehat{XYZ}$ inscrito en el triángulo de contacto interior $\widehat{A_IB_IC_I}$; siendo X el punto de intersección de la recta que une A_I con el punto medio del arco menor sobre la cuerda B_IC_I de la circunferencia inscrita a $\widehat{ABC}$. Se definen Y y Z de forma similar.

182	$a^2(a^2SA+b^2c^2)$	Punto medio de OK

Centro de la circunferencia que pasa por el simediano y los puntos X, Y y Z, definidos como sigue: "La tripolar de K interseca a BC, CA, AB en D, E, F, respectivamente. Las rectas KD, KE, KF vuelven a cortar a las circunferencia circunscritas a $\triangle BKC, \triangle CKA, \triangle AKB$ en X, Y, Z, respectivamente."

184	a^4S_A	Inverso del X_{125} en la circunferencia de Brocard

Punto doble de la cúbica unicursal, lugar geométrico del producto baricéntrico del punto P y del centro de la cónica circunscrita de perspector P, cuando P varía en el eje de Brocard. Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_{110}.

190	$\dfrac{1}{b-c}$	

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A^{**}B^{**}C^{**}}$ asociado a la circunferencia de Conway.

196	$\dfrac{(a-c)(a-b+c)S_B-(a-b)(a+b-c)S_C}{(b-c)(b+c-a)S_A}$	

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_{653}.

200	$a(b+c-a)^2$	

▲ Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_8.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_9, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.

213	$a^3(b+c)$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector X_{42}, en los segundos puntos donde las bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P = X_{42}$).

220	$a^2(b+c-a)^2$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector X_{55}, en los segundos puntos donde las bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P = X_{55}$).

222	$\dfrac{a^2 S_A}{b+c-a}$

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_{651}.

225	$\dfrac{(b+c)}{(b+c-a)S_A}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector X_{65}, en los segundos puntos donde las bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P = X_{65}$).

235	$\frac{(a^4(b^2+c^2)-2a^2(b^2-c^2)^2+(b^2-c^2)^2(b^2+c^2))}{b^2+c^2-a^2}$

Punto X_{56} del triángulo órtico.

249	$\dfrac{a^2}{(b^2-c^2)^2}$

▲ Tripolo de la recta que contiene a los puntos A', B' y C', cuando P es el X_{110}, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el punto de intersección de la tangente a circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ en P con BC; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los puntos A', B' y C' están alineados" (Hyacinthos, message #18872).
▲ Dada una recta $\ell : px + qy + rz = 0$ y un punto $P(u : v : w)$, se denota por $P \times \ell$ la recta cuyos puntos son los productos baricéntricos de P por los puntos de ℓ. La cónica inscrita (envolvente de las rectas $X\,PX$, $X \in \ell$) tangente a ℓ y a $P \times \ell$ tiene por ecuación:

$$\mathfrak{S}\, p^2(v-w)^2x^2 + pq(u-v)(u-w)yz = 0.$$

Si $\ell = OK$, eje de Brocard, el centro X_{249} es el perspector de la cónica inscrita tangente a ℓ y a $K \times \ell$.

254	$\dfrac{a^4S_A^4 - (b^2S_B^2 - c^2S_C^2)^2}{S_A}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{O_aO_bO_c}$, definido como sigue:
Sea P un punto en su plano, A', B' y C' los pies de las cevianas de P sobre los lados BC, CA y AB, respectivamente.
Las mediatrices de los segmentos PB' y PC' se cortan en O_a; las mediatrices de los segmentos PC' y PA' se cortan en O_b; y las mediatrices de los segmentos PA' y PB' se cortan en O_c.
Si el triángulo $\widehat{ABC}$ es acutángulo, el único punto P (distinto de A, B y C) sobre la circunferencia circunscrita a $\widehat{ABC}$ para el cual los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{O_aO_bO_c}$ son perspectivos es el centro X_{1300} de la Enciclopedia de Kimberling, y el centro de perspectividad de ambos triángulos es X_{254}.

255	$\dfrac{a^3S_A}{a^2S_A - b^2S_B - c^2S_C}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector X_{48}, en los segundos puntos donde las bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P = X_{48}$).

256	$\dfrac{a}{a^2 + bc}$	Primer punto de Sharygin

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo del que uno de cuyos lados es la tangente común a la parábola de foco A y directriz BC y a la parábola de foco O, con eje la mediatriz de BC y vértice en el mismo semiplano que A, respecto a BC; los otros dos lados se definen similarmente.

262	$\dfrac{1}{a^4 - a^2(b^2 + c^2) - 2b^2c^2}$

Centro de perspectividad del $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las directrices de tres parábolas, siendo una de ellas tangente a los lados en B y C y pasa por el punto medio de la mediana por A; las otras dos parábolas se definen similarmente.

264	$\dfrac{1}{a^2 S_A}$	Conjugado isotómico del circuncentro

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$, siendo A el punto de tangencia de la tangente paralela a BC en la parábola envolvente de las rectas que unen los pies de las perpendiculares (en los lados AB y AC) desde un punto variable de BC.

265	$\dfrac{S_A}{4S_A^2 - b^2c^2}$

▲ Una de las circunferencias de radio R y que pasa por A y O vuelve a cortar a los lados AC y AB en A_b y A_c, respectivamente. La recta A_bA_c corta a la mediatriz de BC en A'. Procediendo cíclicamente, se construyen de forma similar los puntos B' y C'. Entonces los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son perspectivos y el centro de perspectividad es el X_{265}.
▲ Punto de concurrencia de las rectas d_a, d_b y d_c definidas como sigue:
Si $\ell = OH$, ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c son las simétricas de ℓ respecto a AH, BH y CH, respectivamente, y d_a, d_b y d_c las paralelas por A, B y C a ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c, respectivamente.
▲ Punto donde concurren las paralelas por los vértices de $\widehat{ABC}$ a las simétricas de la recta de Euler, respecto a las perpendiculares a los lados opuestos respectivos, por cualquier punto del plano.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$, siendo A' el centro de la hipérbola de Apolonio de A respecto a la cónica inscrita con perspector el ortocentro. Los puntos B' y C' son definidos similarmente.

274	$\dfrac{1}{a(b+c)}$

Tripolo de una recta asociada a la circunferencia de Conway.

279	$\dfrac{1}{(b+c-a)^2}$

Tripolo de la recta donde ser cortan las mediatrices de los segmentos que unen el incentro con los puntos en que una circunferencia variable, con centro en un punto de la circunferencia circunscrita y de radio el de la circunferencia inscrita, corta a la semirrecta que une su centro con el circuncentro.

284	$\dfrac{a^2(b+c-a)}{b+c}$	

Punto de intersección del eje de Brocard (OK) con la recta que une X_{29} y el centro de la cónica circunscrita con este perspector.

291	$\dfrac{a}{a^2-bc}$	Segundo punto de Sharygin

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo del que uno de cuyos lados es la tangente común a la parábola de foco A y directriz BC y a la parábola de foco O, con eje la mediatriz de BC y vértice en distinto semiplano que A, respecto a BC; los otros dos lados se definen similarmente.

321	$bc(b+c)$	

▲ Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_{75}.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{10}, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.

324	$\dfrac{b^2S_B+c^2S_C}{a^2S_A^2}$	

▲ Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_{264}.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el centro de la circunferencia de los nueve puntos, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.

330	$\dfrac{1}{ab+ac-bc}$	

Sea $pyz+qzx+rxy=0$ una cónica circunscrita a $\widehat{ABC}$ de perspector $P(p:q:r)$, las tangentes en los segundos puntos de intersección de las bisectrices con la cónica, forman un triángulo perspectivo con $\widehat{ABC}$, de centro de perspectividad:

$$\left(\frac{p}{abr+acq-bcp}:\frac{q}{bcp+bar-caq}:\frac{r}{caq+cbp-abr}\right).$$

Para la cónica circunscrita de Steiner, $P=G, yz+zx+xy=0$, éste centro es el X_{330}.

353	$a^2(8a^2SA + 2b^4 + b^2c^2 + 2c^4)$

Baricentro del triángulo circunsceviano del simediano.

367	$a(\sqrt{b} + \sqrt{c})$

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_{366}.

371	$a^2(S_A + S)$	Kenmotu Point (Congruent Squares Point)

▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ cuyos vértices son los puntos de tangencia de las tres circunferencias tangentes dos a dos y a la circunferencia circunscrita en los vértices de $\widehat{ABC}$. (http://tech.groups.yahoo.com/group/Hyacinthos/message/18948)
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{O_aO_bO_c}$ formado por los circuncentros de los triángulos $\widehat{AYZ}$, $\widehat{BZX}$ y $\widehat{CXY}$, siendo $X(-a^2 : S_C{+}S : S_B{+}S)$, $Y(S_C{+}S : -b^2 : S_A{+}S)$ y $Z(S_B + S : S_A + S : -c^2)$ los centros de los cuadrados levantados exteriormente sobre los lados BC, C y AB, respectivamente.

$$O_a\left(a^2(b^2+c^2) - (b^2-c^2) + 4(2a^2-b^2-c^2)S : 2b^2(S_B+S) : 2c^2(S_C+S)\right).$$

381	$S^2 + 3SBSC$	Punto medio de GH

Centro de la circunferencia que pasa por el ortocentro y los puntos X, Y y Z, definidos como sigue: "La tripolar de H interseca a BC, CA, AB en D, E, F, respectivamente. Las rectas HD, HE, HF vuelven a cortar a las circunferencia circunscritas a $\triangle BHC, \triangle CHA, \triangle AHB$ en X, Y, Z, respectivamente."

394	$a^2S_A^2$

▲ Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_{69}.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el circuncentro, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.

418	$a^4 S_A^2(b^2 S_B + c^2 S_C)$

▲ Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano del X_3.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{216}, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.

427	$\dfrac{(b^2+c^2)}{b^2+c^2-a^2}$

Punto X_{55} del triángulo órtico.

455	$a^2 S_B S_C (c^2 S_A S_B + b^2 S_A S_C - a^2 S_B S_C)^2$

▲ Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_{1370}.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{3162}, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.

483	$\dfrac{\sqrt{bc}}{bc(2\sqrt{bc}+\sqrt{2bc+2S_A})}$	Centro radical de las circunferencias de Ajima-Malfatti

Sean un triángulo $\widehat{ABC}$, su incentro I, Γ_a, Γ_b y Γ_c las circunferencias inscritas a los triángulos $\widehat{IBC}, \widehat{ICA}$ y $\widehat{IAB}$, respectivamente. Denotamos por A', B' y C' los centros de homotecia interiores de los pares de circunferencias Γ_b y Γ_c, Γ_c y Γ_a, Γ_a y Γ_b; y por D, E y F los puntos de contacto de Γ_a, Γ_b y Γ_c con los lados BC, CA y AB. Entonces, las rectas $A'D, B'E$ y $C'F$ concurren en X_{483} (Problem 2901. Crux Mathematicorum 30.1(Jan 2004)38).

508	$\dfrac{1}{\sqrt{b+c-a}}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{XYZ}$, siendo X el punto de intersección de la recta $A_I D$ con $B_I C_I$; donde $\widehat{A_I B_I C_I}$ es el triángulo de contacto interior y D es el punto, más próximo a A, donde la mediana por A corta a la circunferencia inscrita.

512	$a^2(b^2-c^2)$

Punto X_{514} del triángulo órtico.

513	$a(b-c)$

Punto del infinito de la recta A_bA_c, tomado A_c en la semirrecta BA tal que los segmentos BA_c y BC son iguales; el punto A_b es elegido en la semirrecta CA tal que los segmentos CA_b y BC son iguales.

514	$b-c$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A^*B^*C^*}$, definiendo éste como sigue: sea C_b' sobre el lado AB en la semirrecta con origen en B que contiene a A tal que $BC_b' = BC$ y sobre el lado AC el punto B_c' en la semirrecta con origen en B que contiene a A tal que $CB_c' = CB$; las rectas BB_c' y CC_b' se cortan en A''. Similarmente, procediendo de forma cíclica se obtienen los puntos B'' y C'', entonces si $A^* = BB'' \cap CC''$, $B^* = CC'' \cap AA''$ y $C^* = AA'' \cap BB''$, las rectas AA^*, BB^* y CC^* son paralelas.

523	b^2-c^2

Si $\mathcal{C}_a$ es el lugar geométrico de los puntos P tales que el ángulo en P_a de su triángulo ceviano $\widehat{P_aP_bP_c}$ es recto, y $\mathcal{H}_a$ es la hipérbola conjugada isogonal de $\mathcal{C}_a$. Similarmente, se consideran las hipérbolas $\mathcal{H}_b$ y $\mathcal{H}_c$. Los dos triángulos formados por las asíntotas de las tres hipérbolas, $\mathcal{H}_a, \mathcal{H}_b$ y $\mathcal{H}_c$, tomando una de cada hipérbola, de tal forma que no sean paralelas dos a dos, se obtienen uno de otro mediante una traslación de dirección la del punto del infinito X_{523}.
▲ Punto X_{513} del triángulo órtico.

524	$2a^2-b^2-c^2$

La circunferencia circunscrita a $\widehat{BCG}$ corta a AB en C_a y a AC en B_a; el eje radical de las circunferencia circunscritas a los triángulos $\widehat{ABB_a}$ y $\widehat{ACC_a}$ tiene la dirección del punto del infinito X_{524}.

527	$2a^2-a(b+c)-(b-c)^2$

Tripolo del eje de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$, tal que si D, E, F son los pies de las cevianas del punto de Nagel, se verifica $\dfrac{AA'}{AD} = \dfrac{BB'}{BE} = \dfrac{CC'}{CF} = \dfrac{2}{3}$.

570	$a^2(a^4(b^2+c^2)$ $-2a^2(b^4+b^2c^2+c^4)$ $+(b^2-c^2)^2(b^2+c^2))$

Punto X_{71} del triángulo órtico.

571	$a^4(a^4+b^4+c^4-2a^2(b^2+c^2))$

Punto de Clawson del triángulo órtico.

574	$a^2(a^2-2b^2-2c^2)$

Simediano del triángulo $\widehat{A'B'C'}$, definiendo A' como sigue: Sea $\widehat{DEF}$ el triángulo circunceviano del simediano de $\widehat{ABC}$, el punto A' es el otro punto de intersección de las circunferencias circunscritas a los triángulos $\widehat{BKF}$ y $\widehat{CKE}$; análogamente se definen B' y C'

577	$a^4S_A^2$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{184}, en los segundos puntos donde las simedianas la cortan.

591	$a^2-2(S_A+S)$	"1st VAN LAMOEN PERPENDICULAR BISECTORS POINT"

Circuncentro del triángulo de Hatzipolakis del baricentro: "Given a triangle $\widehat{ABC}$ and a Triangle Center, labeled by P. Construct segment PA' perpendicular to line BC and with length equal to the length of the side BC. Construct segment PB' perpendicular to line CA and with length equal to the length of the side CA. Construct segment PC' perpendicular to line AB and with length equal to the length of the side AB. We call triangle $\widehat{A'B'C'}$ the Hatzipolakis Triangle of the Triangle Center".
Deko Dekov.- Hatzipolakis Triangles. Journal of Computer-Generated Euclidean Geometry, 2007, No, 8.

598	$\dfrac{1}{a^2-2b^2-2c^2}$

▲ Tripolo de la recta que contiene a los puntos A', B' y C', cuando P es el baricentro o el inverso de éste respecto a la circunferencia circunscrita, $_{23}$, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el punto de intersección de la tangente a circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ en P con BC; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los puntos A', B' y C' están alineados" (Hyacinthos, message #18872)

▲ Si Y_a, Y_b, Y_c son los simedianos de $\widehat{GBC}, \widehat{GCA}, \widehat{GAB}$, respectivamente; sean $A' = GY_a \cap BC, B' = GY_b \cap CA, C' = GY_c \cap AB$. entonces $AA', BB'CC'$ concurren en X_{598}. Es decir, X_{598} es el "(X(2),X(6))–Answer to question A" (ver información en el punto X_{554} en ETC).

604	$\dfrac{a^3}{b+c-a}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{31}, en los segundos puntos donde las simedianas la cortan.

649	$a^2(b-c)$

Perspector de la cónica circunscrita que pasa por el incentro y simediano.

650	$\dfrac{1}{a(b+c-a)(b-c)}$

Tripolo de una recta asociada a la circunferencia de Conway.

669	$a^4(b^2-c^2)$

Perspector de la cónica circunscrita que pasa por el simediano y la tangente en éste pasa por el baricentro.

670	$\dfrac{1}{a^2(b^2-c^2)}$

Perspector de la parábola inscrita de foco el punto de Steiner.

895	$\dfrac{a^2 S_A}{a^2-2S_A}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$, determinado por las rectas ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c, que pasan por los puntos de intersección de la tripolar del conjugado isotómico del ortocentro y son paralelas a las respectivas alturas; es decir, si D es el punto de intersección de BC de la tripolar de X_{69}, ℓ_a es paralela a AX_{69} (similarmente para ℓ_b y ℓ_c).

903	$\dfrac{1}{b+c-2a}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{\tilde{A}\tilde{B}\tilde{C}}$, asociado a la circunferencia de Conway.

910	$a\left(-a^3+a^2(b+c)+(b-c)^2(b+c)\right)$

Punto de intersección de la polar trilineal del incentro con la recta de centros del haz de cónicas bitangentes de puntos fijos los imaginarios conjugados

$$\big(a(S_B \pm iS) : b(S_A \mp iS) : c^3\big).$$

925	$\dfrac{1}{a^2(b^2-c^2)S_A+b^4S_B-c^4S_C}$

Punto de intersección de las circunferencias circunscritas a los triángulos $\widehat{XYC}, \widehat{YZA}, \widehat{ZXB}$ y $\widehat{ABC}$, siendo X, Y, Z los simétricos, respecto a los lados BC, CA y AB, del X_{52}.

933	$\dfrac{1}{(S_BS_C+S^2)(b^2S_B(S_AS_B+S^2)-c^2S_C(S_AS_C+S^2))}$

Punto de intersección de las circunferencias circunscritas a los triángulos $\widehat{XYC}, \widehat{YZA}, \widehat{ZXB}$ y $\widehat{ABC}$, siendo X, Y, Z los simétricos, respecto a los lados BC, CA y AB, del X_{54}.

934	$\dfrac{a}{(b-c)(b+c-a)^2}$

▲ Tripolo de la recta de centros del haz de cónicas bitangentes de puntos fijos los imaginarios conjugados

$$\left(a(S_B \pm iS) : b(S_A \mp iS) : c^3\right).$$

▲ Punto de intersección de las circunferencias circunscritas a los triángulos $\widehat{XYC}, \widehat{YZA}, \widehat{ZXB}$ y $\widehat{ABC}$, siendo X, Y, Z los simétricos, respecto a los lados BC, CA y AB, del punto de Gergonne.

942	$a\left(2abc + a^2(b+c) - (b-c)^2(b+c)\right)$

Centro de elipse envolvente de la polares de los puntos de la circunferencia circunscrita, respecto a su circunferencia inscrita. Es el inverso del X_{36} de ETC respecto a la circunferencia inscrita.

1000	$\dfrac{1}{S_A - 2bc}$

Centro de perspectividad del triángulo $\widehat{ABC}$, y el formado por las polares del incentro respecto a las parábolas de focos en los vértices A, B y C y directrices los lados opuestos, respectivamente.

1001	$a(a^2 - a(b+c) - 2bc)$

Centro radical de las circunferencias circunscritas a los triángulos $\widehat{A_I V_a V'_a}$, $\widehat{B_I V_b V'_b}$ y $\widehat{C_I V_c V'_c}$, siendo $\widehat{A_I B_I C_I}$, $\widehat{V_a V_b V_c}$ y $\widehat{V'_a V'_b V'_c}$ los triángulos pedal, ceviano y circunsceviano del incentro.

1016	$\dfrac{1}{(b-c)^2}$

Tripolo de la recta que contiene a los puntos A', B' y C', cuando P es el $_{100}$, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el punto de intersección de la tangente a circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ en P con BC; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los puntos A', B' y C' están alineados" (Hyacinthos, message #18872)

1018	$\dfrac{a(b+c)}{b-c}$

Centro areal de los triángulos cevianos del incentro y el punto de Nagel (triángulo de contacto exterior).

1023	$\dfrac{a(b+c-2a)}{b-c}$

Punto de intersección de la tripolar de X_{100} y la polar de este punto respecto a la cónica circunscrita de perspector el incentro.

1069	$\dfrac{a^2S_A}{aS_A-bS_B-cS_C}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el circuncentro, en los segundos puntos donde la bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P=O$).

1078	$a^4-b^2c^2-a^2(b^2+c^2)$

Conjugado isotómico del perspector de la circunferencia de los nueve puntos.

1125	$2a+b+c$

Centro de la cónica que pasa por los pies de las medianas y de las bisectrices.

1145	$(2a-b-c)((b+c)(a^2-(b-c)^2)-2abc)$

Centro de perspectividad del triángulo de contacto exterior y el triángulo $\widehat{A''B''C''}$, siendo A'' el simétrico de $AH\cap I_aM_a$ respecto a A (H el ortocentro, M_a el punto medio del lado BC e I_a el centro de la circunferencia A-exinscrita). Similarmente se definen B'' y C''. (Hyacinthos, message #20103)

1147	$a^4S_A(a^4+b^4+c^4-2a^2(b^2+c^2))$

Punto fijo de las rectas que contiene a los puntos A_1, B_1 y C_1, cuando P es el circuncentro, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto, ℓ_P un recta que pasa por P y A' el otro punto de intersección de ℓ_P y la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$; similarmente se definen B' y C'. Sean O_a, O_b y O_c los centros de la circunferencias circunscritas a $\widehat{PBC}, \widehat{PCA}$ y $\widehat{PAB}$, respectivamente. Entonces, los puntos $A_1 = BC\cap A'O_a, B_1 = CA\cap B'O_b$ y $C_1 = AB\cap C'O_c$ están alineados y la recta que los contiene pasa por un punto fijo, cuando la recta ℓ_P gira alrededor de P." (Hyacinthos, message #18877)

1151	$a^2(2S_A+S)$

Centro radical de las tres circunferencias tangentes dos a dos y al circunferencia circunscrita en los vértices de $\widehat{ABC}$. (http://tech.groups.yahoo.com/group/Hyacinthos/message/18948)

1156	$\dfrac{a}{a/(2a^2-a(b+c)-(b-c)^2)}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$, determinado por las rectas ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c, que pasan por los puntos de intersección de la tripolar del punto de Gergonne y son paralelas a las respectivas alturas; es decir, si D es el punto de intersección de BC de la tripolar de X_7, ℓ_a es paralela a AX_7 (similarmente para ℓ_b y ℓ_c).

1249	$\dfrac{S_AS_B-S_BS_C+S_CS_A}{S_A}$

Perspector de la cónica donde deber estar el punto P para que la cónica circunscrita al triángulo medial y que pasa por los puntos medios de AP, BP y CP, contenga al ortocentro.

1253	$a^3(b+c-a)^2$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{41}, en los segundos puntos donde las simedianas la cortan.

1262	$a^2(aS_A-bS_B)^2(aS_A-cS_C)^2$

Tripolo de la recta que contiene a los puntos A', B' y C', cuando P es el X_{109}, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el punto de intersección de la tangente a circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ en P con BC; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los puntos A', B' y C' están alineados" (Hyacinthos, message #18872)

1285	$9a^4-(b^2-c^2)^2$	Centro homotético Lemoine

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo pedal del simediano.

1293	$\dfrac{a^2}{(3a-b-c)(b-c)}$

Conjugado isogonal del punto del infinito de la dirección perpendicular a la recta determinada por el baricentro y el incentro. Ésta es la tangente en el vértice a la parábola envolvente de las rectas que pasan por el baricentro e incentro de los triángulos directamente semejantes e inscritos al triángulo de referencia.

1297	$\dfrac{a^2}{2a^6-a^4(b^2+c^2)-(b^2+c^2)(b^2-c^2)^2}$

Antipodal del foco de la parábola inscrita envolvente de las tripolares de los puntos de la recta de Euler.

1300	$\dfrac{1}{S_A(a^2S_A^2-b^2S_B^2-c^2S_C^2+2S_AS_BS_C))}$

Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto en su plano, A', B' y C' los pies de las cevianas de P sobre los lados BC, CA y AB, respectivamente.
Las mediatrices de los segmentos PB' y PC' se cortan en O_a; las mediatrices de los segmentos PC' y PA' se cortan en O_b; y las mediatrices de los segmentos PA' y PB' se cortan en O_c. Si el triángulo $\widehat{ABC}$ es acutángulo, el único punto P (distinto de A, B y C) sobre la circunferencia circunscrita a $\widehat{ABC}$ para el cual los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{O_aO_bO_c}$ son perspectivos es el centro X_{1300} de la Enciclopedia de Kimberling, y el centro de perspectividad de ambos triángulos es X_{254}.

1301	$\dfrac{a^2}{(b^2-c^2)S_A(S_AS_B-S_BS_C+S_CS_A)}$

Centro areal de los triángulos ceviano y pedal del punto de De Longschamps.

1320	$\dfrac{a(b+c-a)}{2a-b-c}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$, determinado por las rectas ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c, que pasan por los puntos de intersección de la tripolar del punto de Nagel y son paralelas a las respectivas alturas; es decir, si D es el punto de intersección de BC de la tripolar de X_8, ℓ_a es paralela a AX_8 (similarmente para ℓ_b y ℓ_c).

1323	$\dfrac{2a^2-(b-c)^2-a(b+c)}{b+c-a}$	Punto de Fletcher

Punto de intersección (distinto del incentro) de las tres circunferencias que pasan por el incentro y tienen cada una la cuerda que cada ceviana del punto de Gergonne determina en la circunferencia inscrita.
En ETC: X(1323) is the point of intersection of the line X(1)X(7) and the trilinear polar of X(7) [P. J. C. Moses, 6/25/04] .

1333	$\dfrac{a^3}{b+c}$

Punto de intersección del eje de Brocard (OK) con la recta que une X_{28} y el centro de la cónica circunscrita con este perspector.

1383	$\dfrac{a^2}{2b^2+2c^2-a^2}$	Primer centro homotético de Grinberg

▲ Centro de homotecia de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A''B''C''}$; éste definido como sigue: Sea $\widehat{A'B'C'}$ el triángulo circunceviano del simediano. La perpendicular por A' a OB corta AB en C_a, la perpendicular por a' a OC corta a AC en B_a y sea $\ell_a = B_aC_a$. Se define ℓ_b y ℓ_c cíclicamente. Entonces $A'' = \ell_b \cap \ell_c$, $B'' = \ell_c \cap \ell_a$ y $C'' = \ell_a \cap \ell_b$.
▲ Tripolo de la recta que contiene a los puntos A', B' y C', cuando P es el simediano, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el punto de intersección de la tangente a circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ en P con BC; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los puntos A', B' y C' están alineados" (Hyacinthos, message #18872)
▲ Tripolo de la recta homotética de la tripolar del simediano, mediante la homotecia de centro el simediano y razón $1/2$.

1413	$\dfrac{a^2}{(b+c-a)(aS_A-bS_B-cS_C+abc)}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector X_{56}, en los segundos puntos donde la bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P = X_{56}$).

1422	$\dfrac{a}{(b+c-a)(-a^3-a^2b+ab^2+b^3-a^2c+2abc-b^2c+ac^2-bc^2+c^3)}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{57}, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.

1495	$a^2\left(-2a^4+(b^2-c^2)^2+a^2(b^2+c^2)\right)$

Punto de intersección de la polar trilineal del simediano con la recta de centros del haz de cónicas bitangentes de puntos fijos los imaginarios conjugados

$$\left(a^2(S_B \pm iS) : b^2(S_A \mp iS) : c^4\right).$$

1498	$a^2(S_A^2(S_B^2+S_C^2)-S_B^2S_C^2)$

Punto de intersección de las tangentes, en los vértices del triángulo circunceviano del circuncentro, a las hipérbolas equiláteras circunscritas que pasan por cada vértice de dicho triángulo circunceviano. (Una hipérbola es $(b^2-c^2)yz+b^2zx-c^2xy=0$, y la tangente en el simétrico de A respecto a O es $b^2c^2(b^2-c^2)x+c^2S_C^2y-b^2S_B^2z=0$.)
En ETC: X(1498) is the perspector of the tangential triangle and the reflection of triangle ABC in X(3); also, X(1498) is X(8)-of tangential triangle. (Darij Grinberg, 6/2/03).

1499	$(b^2-c^2)(S_A-2a^2)$	POINT BIHAM

Punto del infinito de la asíntota a la cúbica lugar geométrico del circuncentro de los triángulos inscritos en $\widehat{ABC}$ y con el mismo baricentro que éste.

1500	$\dfrac{(b+c)}{(b+c-a)S_A}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector X_{512}, en los segundos puntos donde la bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P=X_{512}$).

1503	$-2a^6+a^4(b^2+c^2)+(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)$

Punto X_{518} del triángulo órtico.

1510	$a^2(b^2-c^2)(a^4-2a^2(b^2+c^2)+b^4-b^2c^2+c^4))$

Punto X_{523} del triángulo órtico.

1511	$a^2(a^2-b^2-bc-c^2)(a^2-b^2+bc-c^2)(2a^4-(b^2-c^2)^2-a^2(b^2+c^2))$

Centro de la hipérbola equilátera que es tangente en el circuncentro (X_3) a la recta de Euler, pasa por el foco de la parábola de Kiepert (X_{110}) y de asíntotas paralelas a las de la hipérbola de Jerabek. El centro, punto medio de X_3X_{110}, está en la recta paralela a la recta de Euler que pasa por el punto antipodal, en la circunferencia de Euler, del centro de la hipérbola de Jerabek (X_{113}). (Hyacinthos Message #19063)

1594	$\frac{a^4(b^2+c^2)-2a^2(b^4+b^2c^2+c^4)+(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)}{b^2+c^2-a^2}$

El punto X_{35} del triángulo órtico.

1625	$\dfrac{a^2(b^2S_B+c^2S_C)}{b^2S_B^2-c^2S_C^2}$

Centro areal de los triángulos cevianos del ortocentro y del circuncentro.

1764	$a(a^4(b+c)+a^3(b^2+c^2)$ $-a(b^2+c^2)^2-a^2(b^3+c^3)$ $-bc(b-c)^2(b+c))$

Polo respecto a la circunferencia de Conway de una recta asociada a ésta.

1829	$a(a^5(b+c)+a^4(b^2+c^2)-a(b-c)^2(b+c)^3-(b^2-c^2)^2(b^2+c^2))$

Centro radical de las tres circunferencias siguientes: una pasa por ,os pies de las alturas desde B y C y es tangente interiormente a la circunferencia A–exinscrita; las ostras dos se definen similarmente, procediendo cíclicamente.

1843	$\dfrac{a^2(b^2+c^2)}{S_A}$

▲ El punto de Gergonne del triángulo órtico.
▲ Centro de perspectividad del triángulo órtico y del triángulo $\widehat{A'B'C'}$, homotético a $\widehat{ABC}$ e inscrito en el triángulo órtico.

1857	$\dfrac{b+c-a}{S_A^2}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y $\widehat{DEF}$, con D el punto donde la recta A_IX vuelve a cortar a la circunferencia inscrita; siendo A_I el pie de la perpendicular por el incentro al lado BC y X el punto donde la altura por A corta al arco, más proximo a A, de la circunferencia inscrita comprendido entre los lados AB y AC. Los puntos Y, Z, E y F se definen similarmente.

1879	$(b^2-c^2)^4-2a^2(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)+a^4(b^4+c^4)$

Punto X_{48} del triángulo órtico.

1918	$a^4(b+c)$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{213}, en los segundos puntos donde las simedianas la cortan.

1930	$\dfrac{a^3}{S_A}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector X_{38}, en los segundos puntos donde la bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P = X_{38}$).

1973	$\dfrac{a^3}{S_A}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector X_{31}, en los segundos puntos donde la bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P = X_{31}$).

1974	$\dfrac{a^4}{S_A}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{32}, en los segundos puntos donde las simedianas la cortan.

1986	$a^2 S_B S_C (S_A a^2 - 3S_A^2 + S_B S_C)$ $(a^2b^2c^2 - b^2(S_B(b^2-c^2) + S_A a^2)$ $-c^2((c^2-b^2)S_C + S_A a^2))$	

Punto X_{80} del triángulo órtico.

1990	$\dfrac{2a^4 - a^2(b^2+c^2) - (b^2-c^2)^2}{b^2+c^2-a^2}$	

Punto X_{44} del triángulo órtico.

1991	$a^2 - 2(S_A - S)$	"2st VAN LAMOEN PERPENDICULAR BISECTORS POINT"

Circuncentro del triángulo opuesto de Hatzipolakis del baricentro: "Given a triangle $\widehat{ABC}$ and a Triangle Center, labeled by P. Construct segment PA' perpendicular to line BC and with length equal to the length of the side BC. Construct segment PB' perpendicular to line CA and with length equal to the length of the side CA. Construct segment PC' perpendicular to line AB and with length equal to the length of the side AB. We call triangle $\widehat{A'B'C'}$ the Hatzipolakis Triangle of the Triangle Center".
Deko Dekov.- Hatzipolakis Triangles. Journal of Computer-Generated Euclidean Geometry, 2007, No, 8.

2051	$\dfrac{1}{a^3 - bc(b+c) - a(b^2 - bc + c^2)}$	

Perspector de la circunferencia radical de las circunferencias exinscritas.

2052	$\dfrac{1}{a^2 S_A^2}$	

El punto X_{43} del triángulo órtico.
▲ Tripolo de la recta que contiene a los puntos A', B' y C', cuando P es el ortocentro, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el punto de intersección de la tangente a circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ en P con BC; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los puntos A', B' y C' están alineados" (Hyacinthos, message #18872)

2092	$a^2(b+c)\big(b^2+c^2+a(b+c)\big)$	"Danneels-Apollonius Perspector"

Pivote de la isocúbica pivotal, respecto al triángulo medial, con polo X_{274} y pivote X_{314} ambos relativos al triángulo medial.	

2193	$\dfrac{a^3(a^3+b^3+b^2c+bc^2+c^3-a^2(b+c)-a(b^2+c^2))}{b+c}$
Punto de intersección del eje de Brocard (OK) con la recta que une X_{21} y el centro de la cónica circunscrita con este perspector.	

2226	$a^2(a+b-2c)^2(a-2b+c)^2$
Tripolo de la recta que contiene a los puntos A', B' y C', cuando P es el X_{106}, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el punto de intersección de la tangente a circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ en P con BC; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los puntos A', B' y C' están alineados" (Hyacinthos, message #18872)	

2420	$\dfrac{a^2(2a^4-a^2(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2}{b^2-c^2}$
Punto de intersección de la tripolar de X_{110} y la polar de este punto respecto a la cónica circunscrita de perspector el baricentro (elipse de Steiner).	

2477	$\dfrac{a^4(2S_A+bc)}{(b+c-a)(2S_C+ab)(2S_B+ac)}$
Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector X_{50}, en los segundos puntos donde la bisectrices la cortan (ver X_{330}, para $P=X_{50}$).	

2501	$S_BS_C(S_B-S_C)$	Centro radical de las circunferencias circunscrita, de los nueve puntos y de Taylor
Perspector de la cónica circunscrita que pasa por el ortocentro y la tangente en éste pasa por el baricentro.		

2667	$a^2(b+c)(ab+ac+2bc)$

Centro de perspectividad del triángulo ceviano del incentro y del triángulo $\widehat{A'B'C'}$, homotético a $\widehat{ABC}$ e inscrito en el triángulo ceviano del incentro.

2715	$a^2/(b^4S_B - c^4S_C)$

Punto de intersección de las circunferencias circunscritas a los triángulos $\widehat{XYC}, \widehat{YZA}, \widehat{ZXB}$ y $\widehat{ABC}$, siendo X, Y, Z los simétricos, respecto a los lados BC, CA y AB, del X_{32}.

2720	$a^2/((a-c)^2(a-b+c)S_B - (a-b)^2(a+b-c)S_C)$

Punto de intersección de las circunferencias circunscritas a los triángulos $\widehat{XYC}, \widehat{YZA}, \widehat{ZXB}$ y $\widehat{ABC}$, siendo X, Y, Z los simétricos, respecto a los lados BC, CA y AB, del X_{11}.

2904	$a^2S_BS_C(a^4+b^4+c^4-2a^2(b^2+c^2))$ $(a^6-3a^4(b^2+c^2)+3a^2(b^4+c^4)$ $-(b^2-c^2)^2(b^2+c^2))$

Punto X_{90} del triángulo órtico.

2968	$(b-c)^2(b+c-a)^2S_A$	2º pto. de MacBeath

Centro de la cónica circunscrita que pasa por el punto de Nagel y la tangente en éste pasa por el baricentro.

2998	$\dfrac{1}{a^2(b^2+c^2)-b^2c^2}$

▲ Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y el formado por las tangentes, en los puntos de intersección de la tripolar del simediano con los lados, a la curva de sexto grado, invariante por isoconjugación, de ecuación ($\mathfrak{S}$ denota la suma cíclica en a, b, c, x, y, z):

$$\mathfrak{S}\, a^4(b^2+c^2)y^3z^3+b^2c^2x^4(c^2y^2+(b^2+c^2)yz+b^2z^2)+3a^2xy^2z^2(c^2(a^2+b^2)y+b^2(a^2+c^2)z)+\frac{10}{3}a^2b^2c^2x^2y^2z^2=0.$$

▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de Steiner, en los segundos puntos donde las simedianas la cortan.

3051	$a^4(b^2+c^2)$	

▲ Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_6.
▲ Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{39}, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.

3059	$a(b+c-a)^2(a(b+c)-(b-c)^2)$	

Centro de perspectividad del triángulo ceviano de X_8 y del triángulo $\widehat{A'B'C'}$, homotético a $\widehat{ABC}$ e inscrito en el triángulo ceviano de X_8.

3060	$a^2(a^2(b^2+c^2)-(b^4-b^2c^2+c^4))$	Punto Sancho Panza

Dado un triángulo ABC, sea $H_aH_bH_c$ su triángulo órtico. Se consideran los triángulos semejantes a ABC siguientes: AH_aC_{aa}, AH_bC_{ab}, $AB_{aa}H_a$, $AB_{ac}H_c$ y el punto $A' = C_{aa}C_{ab} \cap B_{aa}B_{ac}$; se definen de forma similar los puntos B' y C'. Entonces los triángulos ABC y $A'B'C'$ sean perspectivos, con centro de perspectividad en X_{3060}.

3066	$a^2(b^2+S_C)(c^2+S_B)$	

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo pedal de X_2.

3078	$(S^2+S_BS_C)^2(2S^2+a^2S_A)$	Punto Danneels de X_5

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_5.

3079	$\dfrac{(3a^4-(b^2-c^2)^2-2a^2(b^2+c^2))^2}{S_A}$	Punto Danneels de X_{20}

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{1249}, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.

3081	$(2a^4-a^2(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2)^3$	Punto Danneels de X_{30}

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las tangentes a la cónica circunscrita de perspector el X_{3163}, en los segundos puntos donde las medianas la cortan.	

3154	$(b^2-c^2)^2(-3a^8+7a^6(b^2+c^2)$ $-a^4(3b^4+13b^2c^2+3c^4)$ $+a^2(-3b^6+7b^4c^2+7b^2c^4-3c^6)+$ $(b^2-c^2)^2(2b^4+3b^2c^2+2c^4))$

Punto de intersección de la recta de Euler con la perpendicular a ella por su ortopolo (X_{125}); tal perpendicular es el lugar de los ortopolos de las rectas paralelas a la recta de Euler.

3158	$a(b+c-a)(3a-b-c)$

Centro de perspectividad del triángulo formado por las tangentes en los vértices de $\widehat{ABC}$ a la cónica circunscrita de perspector X_9 y el triángulo $\widehat{U'V'W'}$, siendo U' el simétrico (respecto al pie de la bisectriz desde A) de la intersección U de BC con la paralela a AI por el centro de la cónica; V' y W' definidos similarmente.

3239	$(b-c)(b+c-a)^2$

Perspector de la cónica circunscrita que pasa por el punto de Nagel y la tangente en éste pasa por el baricentro.

3284	$a^2S_A(2a^4-(b^2-c^2)^2-a^2(b^2+c^2))$

Punto de intersección del eje de Brocard (OK) con la recta que une X_{30} y el centro de la cónica circunscrita con este perspector.

3336	$a((a-b+c)(a+b-c)(a+b+c)-abc)$

Centro de perspectividad entre los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{O_aO_bO_c}$, estando este último determinado como sigue: La perpendicular por X_{484} a AC corta a BC en A_b y a AB en B_a; la perpendicular desde X_{484} a AB corta a BC en A_c y a AC en C_a. Sea O_a el circuncentro del triángulo $\widehat{X_{484}B_aC_a}$ y similarmente se construyen O_b y O_c. (Hyacinthos Message #19052)

3431	$\dfrac{a^2}{a^4+(b^2+c^2)\,a^2-2\,(b^2-c^2)^2}$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por las polares de A, B y C, respecto a las hipérbolas equiláteras de ejes reales BC, BC y CA, respectivamente.	

3470	$a^2(a^4-2b^4+b^2c^2+c^4+a^2(b^2-2c^2))$ $(a^4+b^4+b^2c^2-2c^4+a^2(-2b^2+c^2))$ $\Big(a^6-3a^4(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)+$ $a^2(3b^4-b^2c^2+3c^4)\Big)$
Centro de perspectividad entre los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{O_aO_bO_c}$, estando este último determinado como sigue: La perpendicular por X_{399} a AC corta a BC en A_b y a AB en B_a; la perpendicular desde X_{399} a AB corta a BC en A_c y a AC en C_a. Sea O_a el circuncentro del triángulo $\widehat{X_{399}B_aC_a}$ y similarmente se construyen O_b y O_c. (Hyacinthos Message #19052)	

3527	$\dfrac{a^2}{3a^4+(b^2-c^2)^2-4a^2(b^2+c^2)}$
Perspector de la segunda circunferencia de Lemoine.	

3556	$a^2\Big(a(b^4+c^4-a^4)-b(c^4+a^4-b^4)$ $-c(a^4+b^4-c^4)+2abc(ab-bc+ca)\Big)$
Centro de perspectividad del triángulo tangencial de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{U'V'W'}$, siendo U' el simétrico (respecto al pie de la bisectriz desde A) de la intersección U de BC con la paralela a AI por O; V' y W' definidos similarmente.	

3575	$\dfrac{(2a^6-3a^4(b^2+c^2)+(b^2-c^2)^2(b^2+c^2))}{b^2+c^2-a^2}$
Punto X_{65} del triángulo órtico.	

3576	$a(3a^3-a^2(b+c)-a(3b^2-2bc+3c^2)+(b-c)^2(b+c))$
Centro de la circunferencia que pasa por el incentro y los puntos X, Y y Z, definidos como sigue: "La tripolar de I interseca a BC, CA, AB en D, E, F, respectivamente. Las rectas ID, IE, IF vuelven a cortar a las circunferencia circunscritas a $\triangle BIC, \triangle CIA, \triangle AIB$ en X, Y, Z, respectivamente."	

3598	$\dfrac{3a^2+(b-c)^2}{b+c-a}$	Primer punto de Liu

Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, Γ_a la circunferencia que pasa por B y C y es tangente internamente a la circunferencia inscrita y similarmente, las circunferencias Γ_b y Γ_c. Designamos por P_a el punto de contacto de Γ_a y la circunferencia inscrita; similaramente, sean P_b y P_c. Sea Q_a el punto de concurrencia de las tangentes a la circunferencia inscrita en P_b y P_c; y similarmente, Q_b y Q_c. Finalmente, sea T_a el punto de intersección de las rectas BP_c y CP_a; similarmente se definen T_b y T_c.
Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{P_aP_bP_c}$ y $\widehat{Q_aQ_bQ_c}$. "This point and X(3599) were discovered by Kang-Ying Liu of St. Andrew's Priory School, Honolulu, Hawaii, during 2010."

3599	$\frac{5a^4-8a^3(b+c)+2a^2(b^2+6bc+c^2)+(b-c)^4}{b+c-a}$	Segundo punto de Liu

Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, Γ_a la circunferencia que pasa por B y C y es tangente internamente a la circunferencia inscrita y similarmente, las circunferencias Γ_b y Γ_c. Designamos por P_a el punto de contacto de Γ_a y la circunferencia inscrita; similaramente, sean P_b y P_c. Sea Q_a el punto de concurrencia de las tangentes a la circunferencia inscrita en P_b y P_c; y similarmente, Q_b y Q_c. Finalmente, sea T_a el punto de intersección de las rectas BP_c y CP_a; similarmente se definen T_b y T_c.
Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{P_aP_bP_c}$ y $\widehat{T_aT_bT_c}$.

3649	$(b+c)(2a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)$	KS(intouch triangle)

Sean ABC un triángulo y DEF el triángulo pedal del incentro, X_1. Las paralelas por D, E, F a las rectas de Euler de los triángulos BCX_1, CAX_1, ABX_1, concurren en el centro X_{3649}.
Hechos Geométricos en el Triángulo.

3 Centros de un triángulo que NO figuran en ETC

A continuación se relacionan unos centros del triángulo que cuando fueron incluidos aquí no figuraban en ETC. Si posteriormente han sido incluidos en ETC se indica su número de índice.

Primera coordenada	(0)
$a\big((b-c)^2+a(b+c)\big)$	(1) X_{3752}: Complemento del X_{312}

Centro de la cónica inscrita determinada por los puntos que tienen por coordenadas homogéneas, respecto a la referencia proyectiva $\{A, B, C; X\}$, las mismas que las coordenadas baricéntricas de X, cuando X recorre la circunferencia inscrita. (6-7-2010)

$\dfrac{1}{a^2 + bc\,\mathrm{sen}\,A}$ (2) X_{5490}

Punto que tiene las mismas coordenadas baricéntricas homogéneas, respecto al triángulo de referencia $\widehat{ABC}$, que los puntos de Vecten (X_{485}) respecto al triángulo de Kiepert correspondiente al ángulo $\theta = \pi/4$. (6-7-2010)

$\dfrac{1}{a^2 - bc\,\mathrm{sen}\,A}$ (3) X_{5491}

Punto que tiene las mismas coordenadas baricéntricas homogéneas, respecto al triángulo de referencia $\widehat{ABC}$, que los puntos de Vecten (X_{486}) respecto al triángulo de Kiepert correspondiente al ángulo $\theta = -\pi/4$. (6-7-2010)

$a(b+c)\big(2bc + a(b+c)\big)$ (4)

Polo de la isocúbica pivotal, respecto al triángulo medial, con polo X_{274} y pivote X_{314} ambos relativos al triángulo medial. (6-7-2010)

$\sqrt{ac(a+b)(b+c)} + \sqrt{ab(a+c)(b+c)}$ (5)

Raíz baricéntrica del polo (X_{274}, respecto al triángulo medial) de la isocúbica pivotal circunscrita al triángulo medial, con pivote X_{2092}. (6-7-2010)

$\dfrac{b+c}{b-c}$ (6) X_{3952}

Centro areal de los triángulos cevianos del incentro y baricentro. (6-7-2010)

$\dfrac{b-c}{b+c}$ (7) X_{7192}

Punto de intersección de las tripolares de los puntos X_{86} y X_{374} (asociadas a la circunferencia de Conway). (6-7-2010)

$\dfrac{a^2(b+c)}{(b-c)(b+c-a)}$ (8) X_{4559}

Centro areal del triángulo ceviano del incentro y el triángulo órtico. (6-7-2010)

$$\frac{a(b+c)(b^2+c^2)}{b-c} \qquad (9)$$

Centro areal de los triángulos cevianos del incentro y simediano. (6-7-2010)

$$\frac{a(b+c)}{(b-c)(b+c-a)} \qquad (10) \quad X_{4551}$$

Centro areal de los triángulos cevianos del incentro y del punto de Gergonne (triángulo de contacto interior). (6-7-2010)

$$\frac{b^2S_B+c^2S_C}{b^2S_B-c^2S_C} \qquad (11)$$

Centro areal del triángulo medial y del triángulo ceviano del circuncentro. (6-6-2010)

$$\frac{b^2+c^2}{b^2-c^2} \qquad (12) \quad X_{4576}$$

Centro areal del triángulo medial y del triángulo ceviano del simediano. (6-7-2010)

$$\frac{b^2+c^2}{b^2S_B-c^2S_C} \qquad (13)$$

Centro areal de los triángulos ceviano y pedal del simediano. (6-7-2010)

$$a^2(S+S_A)+4S_BS_C \qquad (14) \quad X_{6564}$$

Centro de perspectividad de $\widehat{ABC}$ y el triángulo formado por los centros de los cuadrados levantados internamente sobre el triángulo determinado por la recta que une los simétricos de A respecto al centro del cuadrado levantado externamente sobre AB y respecto al centro al centro del cuadrado levantado externamente sobre AC y por las rectas determinadas similarmente a partir de B y C. (6-7-2010)

$$5a^4\left(b^2+c^2+2S\right) - a^2\left(4b^4+b^2\left(2S-4c^2\right)+c^2\left(4c^2+2S\right)\right) - \left(b^2-c^2\right)^2\left(b^2+c^2+4S\right) \qquad (15) \quad X_{6560}$$

Centro de perspectividad del triángulo formado por los centros de los cuadrados levantados externamente sobre los lados de $\widehat{ABC}$ y el triángulo determinado por la recta que une los simétricos de A respecto al centro del cuadrado levantado externamente sobre AB y respecto al centro al centro del cuadrado levantado externamente sobre AC y por las rectas determinadas similarmente a partir de B y C. (6-7-2010)

$$5a^4\left(b^2+c^2-2S\right)+a^2\left(-4b^4+\left(4c^2+2S\right)b^2+c^2\left(2S-4c^2\right)\right)+\left(b^2-c^2\right)^2\left(-b^2-c^2+4S\right)$$

(16) X_{6561} Perspector of inner Vecten triangle and Lucas antipodal triangle. (Randy Hutson, February 9, 2015)

Centro de perspectividad del triángulo formado por los centros de los cuadrados levantados internamente sobre los lados de $\widehat{ABC}$ y el triángulo determinado por la recta que une los simétricos de A respecto al centro del cuadrado levantado internamente sobre AB y respecto al centro al centro del cuadrado levantado internamente sobre AC y por las rectas determinadas similarmente a partir de B y C. (6-7-2010)

$$\frac{a^4}{(b^2-c^2)^2} \qquad (17)$$

Producto baricéntrico del simediano $(a^2:b^2:c^2)$ por el conjugado isogonal, X_{249}, del centro de la hipérbola de Kiepert (X_{115}, $\left((b^2-c^2)^2:(c^2-a^2)^2:(a^2-b^2)\right)$). (6-7-2010)

$$a(b+c-a)^2\left(a(b+c)-(b-c)^2\right)\left(a^2+(b-c)^2\right) \qquad (18)$$

Centro radical de las circunferencias Γ_a^i, Γ_b^i y Γ_c^i, definidas como sigue: Dado un triángulo $\widehat{ABC}$, consideremos la circunferencia Γ_a^i (distinta de la circunferencia inscrita Γ^i a $\widehat{ABC}$) que es tangente a AB y a AC y que pasa por el punto de contacto con BC de Γ^i. Procediendo cíclicamente, se definen las circunferencias Γ_b^i y Γ_c^i. (6-7-2010)

$$a\big(a^8(b+c)-4a^7(b^2+bc+c^2)+3a^6(b+c)(2b^2+bc+2c^2)-4a^5(b^2+c^2)(b^2+3bc+c^2)+3a^4bc(b+c)(4b^2-3bc+4c^2)+4a^3(b^2+bc+c^2)(b^4-5b^3c+7b^2c^2-5bc^3+c^4)-a^2(b+c)(3b^2-7bc+3c^2)(2b^4-3b^3c+3b^2c^2-3bc^3+2c^4)+4a(b-c)^4(b^4+2b^3c+b^2c^2+2bc^3+c^4)-(b-c)^4(b+c)(b^2-bc+c^2)(b^2+3bc+c^2)\big) \qquad (19)$$

Centro radical de las circunferencias Γ_a^x, Γ_b^x y Γ_c^x, definidas como sigue: Dado un triángulo $\widehat{ABC}$, consideremos la circunferencia Γ_a^x (distinta de la circunferencia A-exinscrita a $\widehat{ABC}$) que es tangente a AB y a AC y que pasa por el punto de contacto con BC de la A-exinscrita. Procediendo cíclicamente, se definen las circunferencias Γ_b^x y Γ_c^x. (6-7-2010)

$$\frac{b+c-a}{b+c-5a} \qquad (20)$$

Centro de homotecia de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A''B''C''}$. Se definen A'', B'' y C'' como sigue: sean A', B' y C' los puntos donde las cevianas del punto de Nagel vuelven a cortar a la cónica circunscrita de perspector el punto de Nagel; ℓ_a la recta paralela a BC por A'; se definen ℓ_b y ℓ_c similarmente; entonces $A'' = \ell_b \cap \ell_c$, $B'' = \ell_c \cap \ell_a$ y $C'' = \ell_a \cap \ell_b$. (6-7-2010)

$$\frac{b+c}{4a+b+c} \qquad (21)$$

Centro de homotecia de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A''B''C''}$. Se definen A'', B'' y C'' como sigue: sean A', B' y C' los puntos donde las cevianas del centro de Spieker vuelven a cortar a la cónica circunscrita de perspector dicho centro; ℓ_a la recta paralela a BC por A'; se definen ℓ_b y ℓ_c similarmente; entonces $A'' = \ell_b \cap \ell_c$, $B'' = \ell_c \cap \ell_a$ y $C'' = \ell_a \cap \ell_b$. (6-7-2010)

$$\frac{a^2 S_A}{a^4 - a^2(b^2+c^2) + 4b^2c^2} \qquad (22)$$

Centro de homotecia de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A''B''C''}$. Se definen A'', B'' y C'' como sigue: sean A', B' y C' los puntos donde las cevianas del X_{647} vuelven a cortar a la hipérbola de Jerabek; ℓ_a la recta paralela a BC por A'; se definen ℓ_b y ℓ_c similarmente; entonces $A'' = \ell_b \cap \ell_c$, $B'' = \ell_c \cap \ell_a$ y $C'' = \ell_a \cap \ell_b$. (6-7-2010)

$$\frac{a(b+c-a)}{a^2 - a(b+c) + 4bc} \qquad (23)$$

Centro de homotecia de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A''B''C''}$. Se definen A'', B'' y C'' como sigue: sean A', B' y C' los puntos donde las cevianas del X_{650} vuelven a cortar a la hipérbola de Feuerbach; ℓ_a la recta paralela a BC por A'; se definen ℓ_b y ℓ_c similarmente; entonces $A'' = \ell_b \cap \ell_c$, $B'' = \ell_c \cap \ell_a$ y $C'' = \ell_a \cap \ell_b$. (6-7-2010)

$$(b+c-a)(b+c-11a) \qquad (24)$$

Centro de la cónica que pasa por los pares de puntos situados en cada lado de $\widehat{ABC}$, por donde pasan los pares de rectas que unen cada vértice con los pies de las cevianas del punto de Nagel en el triángulo ceviano de éste. (Tiene el mismo número de búsqueda en ETC que el X_{966}). (6-7-2010)

$$\frac{S^4 - 6S^2S_A^2 + 9(S_A^2(S_B^2+S_C^2) - S_B^2S_C^2)}{S^2 - 3S_A^2} \qquad (25)$$

Centro de la cónica que pasa por los seis puntos de intersección de las seis circunferencias que pasan por cada vértice de $\widehat{ABC}$ y el circuncentro y de mismo radio que la circunferencia circunscrita. (6-7-2010)

$a^4 + a^2(b^2 + c^2) - 18(b^2 - c^2)^2)$ (26)

Centro de la cónica envolvente de las rectas que pasan por un punto P de la hipérbola de Kiepert y el punto P' (en dicha hipérbola), de concurrencia de las rectas AX, BY y CZ, siendo X, Y y Z los puntos medios de los segmentos $A'M_a, B'M_b$ y $C'M_c$, donde M_a, M_b y M_c son los puntos medios de los lados de $\widehat{ABC}$ y A', B' y C' son los puntos de intersección de cada ceviana de P con la mediatriz del lado opuesto. (6-7-2010)

$a^2\left(11\left(b^2 + c^2\right) - 13a^2\right)$ (27) X_{5585}

Centro de la cónica que pasa por los seis puntos B_a, C_a, C_b, A_b, A_c y B_c, descritos a continuación:
Sean los triángulos tangenciales, $\widehat{A'B'C'}$ y $\widehat{A''B''C''}$, de $\widehat{ABC}$ y del triángulo circunceviano del simediano, respectivamente; entonces, $B_a = B''C'' \cap A'C'$, $C_a = B''C'' \cap A'B'$, $C_b = C''A'' \cap A'B'$, $A_b = C''A'' \cap B'C'$, $A_c = A''B'' \cap B'C'$ y $B_c = A''B'' \cap C'A'$. (6-7-2010)

$a^2(s-a)\left(\frac{b}{s-c} + \frac{c}{s-b}\right)$ (28) X_{8012} Danneels point of X_9

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_9. (6-7-2010)

$(b+c)^2(2a+b+c)$ (29) X_{8013} Danneels point of X_{10}

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo ceviano de X_{10}. (6-7-2010)

$a^2(b^2 + 2S_C)(c^2 + 2S_B)$ (30)

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo pedal de X_5. (6-7-2010)

$\frac{a^2(c(a+b) - S_B)(b(a+c) - S_C)}{(b+c-a)^2}$ (31)

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo pedal de X_7. (6-7-2010)

$a^2(b(c-a)+S_C)(c(b-a)+S_B)$ (32)

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo pedal de X_8. (6-7-2010)

$a^2(b(b+c-a)+2S_C)(c(b+c-a)+2S_B)$ (33)

Centro de homotecia de $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{A'B'C'}$ inscrito en el triángulo pedal de X_{10}. (6-7-2010)

$S_BS_C+5S^2$ (34) $X_{3628}=H^{-1}(X(5);M,2)$

Baricentro de los vértices del triángulo medial y el circuncentro de éste (centro de la circunferencia de Euler del triángulo de referencia). Situado en la recta de Euler y divide al segmento GO en la razón $GX:XO=-1:9$. (6-7-2010)
Incorporado posteriormente a ETC como: $X(3628)=H^{-1}(X(5);M,2)$:
X(3628) is the centroid of the set A', B', C', X(5), where A'B'C' is the medial triangle; more generally, $H^{-1}(X;M,2)$ is the centroid of the set A', B', C', X. (Angel Montesdeoca, 12/20/2011)

$a^2(b^2+c^2-a^2)^2(a^2(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2)$ (35) X_{5562}

Punto de De Longschamps del triángulo órtico. (6-7-2010)

$2S_A-a^2-S$ (36) X_{5861}

Ortocentro del triángulo de Hatzipolakis del baricentro (ver X_{591} y Anopolis, Message #135). (6-7-2010)

$2S_A-a^2+S$ (37) X_{5860}

Ortocentro del triángulo opuesto de Hatzipolakis del baricentro. (ver X_{1991} y Anopolis, Message #135). (6-7-2010)

$2S_A - a^2 - 4S$	(38)
Centro de la circunferencia de Euler del triángulo de Hatzipolakis (ver X_{591} y Anopolis, Message #135). (6-7-2010)	

$2S_A - a^2 + 4S$	(39)
Centro de la circunferencia de Euler del triángulo de Hatzipolakis opuesto. (ver X_{1991} y Anopolis, Message #135). (6-7-2010)	

$\dfrac{5a^2-(b^2+c^2)}{a^4-b^4-c^4+4b^2c^2}$	(40)
Centro de perspectividad cuando P es el baricentro, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto y A' el otro punto de intersección de la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$ con la perpendicular a AP en P; similarmente se definen B' y C'. Entonces, los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son perspectivos" (Hyacinthos, message #18866). (6-7-2010)	

$(a^2-2b^2-2c^2)(5a^2-b^2-c^2)$	(41)
Punto fijo de las rectas que contiene a los puntos A_1, B_1 y C_1, cuando P es el baricentro, en el resultado siguiente: "Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P un punto, ℓ_P un recta que pasa por P y A' el otro punto de intersección de ℓ_P y la circunferencia circunscrita a $\widehat{PBC}$; similarmente se definen B' y C'. Sean O_a, O_b y O_c los centros de la circunferencias circunscritas a $\widehat{PBC}, \widehat{PCA}$ y $\widehat{PAB}$, respectivamente. Entonces, los puntos $A_1 = BC \cap A'O_a, B_1 = CA \cap B'O_b$ y $C_1 = AB \cap C'O_c$ están alineados y la recta que los contiene pasa por un punto fijo, cuando la recta ℓ_P gira alrededor de P." (Hyacinthos, message #18877) (6-7-2010)	

$\dfrac{b^2+c^2-2a^2}{b^2-c^2}$	(42) X_{5468}
Punto de intersección de la tripolar del punto de Steiner (X_{99}) con la tangente en este punto a la elipse de Steiner. Está en la cúbica cK(#X6,X2)=nK(X32,X2,X6), lugar geométrico de los puntos de intersección de la tripolar de P con su polar P, respecto a la elipse circunscrita de Steiner, cuando P varía sobre la circunferencia circunscrita. Esta cúbica pasa por $X_6, X_{880}, X_{2284}, X_{2395}, X_{5468}$. (6-7-2010)	

$\dfrac{1}{b^4+c^4-a^4+4b^2c^2}$	(43)

Dado un triángulo $\widehat{ABC}$, se construyen sobre sus lados los siguientes rectángulos: ABA_bB_a con C sobre A_bB_a, BCB_cC_b con A sobre B_cC_b y CAC_aA_c con B sobre C_aA_c. (ver X_{66}) Sea el rectángulo $BCB'_cC'_b$ simétrico del BCB_cC_b, respecto a BC y similarmente los simétricos de los otros dos rectángulos $CAC'_aA'_c$ y $ABA'_bB'_a$, entonces las rectas $A'_cA'_b, B'_aB'_c$ y $C'_aC'_b$ forman un triángulo perspectivo con $\widehat{ABC}$, con centro de perspectividad estas coordenadas. (6-7-2010)

$\dfrac{aS_A}{bc+2S_A}$	(44) X_{7100}

Centro de perspectividad entre los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A_oB_oC_o}$, estando este último determinado como sigue: La perpendicular por el incentro I a AC corta a BC en A_b y a AB en B_a; la perpendicular desde I a AB corta a BC en A_c y a AC en C_a. Sea A_o el circuncentro del triángulo $\widehat{IA_bA_c}$ y similarmente se construyen B_o y C_o. (7-7-2010) (Hyacinthos Message #19052)

$a^2(a^2-b^2-c^2)(a^6-3a^4(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)+a^2(3b^4-b^2c^2+3c^4))$ (45)

Centro de perspectividad entre los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A_oB_oC_o}$, estando este último determinado como sigue: La perpendicular por X_{399} a AC corta a BC en A_b y a AB en B_a; la perpendicular desde X_{399} a AB corta a BC en A_c y a AC en C_a. Sea A_o el circuncentro del triángulo $\widehat{X_{399}A_bA_c}$ y similarmente se construyen B_o y C_o. (6-7-2010) (Hyacinthos Message #19052)

$(2a^2-b^2-c^2)(2a^4-a^2b^2-b^4-a^2c^2+2b^2c^2-c^4)$	(46) X_{5642}, Center of Thomson-Gibert-Moses Hyperbola

Centro de la hipérbola equilátera que pasa por el baricentro (X_2), el circuncentro (X_3), el foco de la parábola de Kiepert (X_{110}) y de asíntotas paralelas a las de la hipérbola de Jerabek. El centro está en la recta paralela a la recta de Euler que pasa por el punto antipodal, en la circunferencia de Euler, del centro de la hipérbola de Jerabek (X_{113}). (7-7-2010) (Hyacinthos Message #19063)

$11a^2S_A+8S_BS_C$	(47)

Punto que divide a GO en la razón $GX : XO = 1 : 4$. (30-7-2010)

$\dfrac{1}{2a^4-b^2c^2-2a^2(b^2+c^2)}$	(48)

Perspector de la circunferencia ortobaricéntrica (de diámetro GH). (14-8-2010)

$\dfrac{a^2}{2a^4+b^2c^2}$	(49)
Perspector de la circunferencia de Brocard (de diámetro OK). (14-8-2010)	

$2a^4+b^2c^2$	(50) X_{3972}
Conjugado isogonal del perspector de la circunferencia de Brocard (de diámetro OK). (14-8-2010)	

$\dfrac{a^2}{4a^4+2b^4+5b^2c^2+2c^4}$	(51)
Perspector de la primera circunferencia de Lemoine. (14-8-2010)	

$\dfrac{1}{a^5+a^4(b+c)+2a^3bc-a(b^4+2b^3c+2bc^3+c^4)-(b^5+b^4c+bc^4+c^5)}$	(52)
Perspector de la cónica que pasa por los seis puntos de tangencia de las circunferencias exinscritas con los lados de $\widehat{ABC}$, no contenidos en los segmentos BC, CA ó AB. (14-8-2010)	

$\dfrac{1}{2a^3(b+c)-a^2bc-2a(b^3+c^3)-bc(b+c)^2}$	(53)
Perspector de la circunferencia de Conway. (14-8-2010)	

$\dfrac{a}{a^2-a(b+c)-bc}$	(54)
Perspector de la elipse de De Longchamps. (14-8-2010)	

$(b+c-a)(b+c)^2$	(55) X_{6057} (Randy Hutson, August 26, 2014)
Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{XYZ}$, siendo X el punto de contacto de la circunferencia que pasa por los puntos medios de los lados AB y AC y es tangente internamente a la circunferencia A–exinscrita. Los vértices Y y Z se definen de forma similar. (9-9-2010)	

$a(a^2(b+c)+2a(b^2+3bc+c^2)+(b+c)^3)$	(56) X_{6051}

Centro radical de las circunferencias α, β y γ; siendo α la que pasa por los puntos medios de los lados AB y AC y es tangente internamente a la circunferencia A–exinscrita. Las circunferencias β y γ se definen de forma similar. (9-9-2010)

$\dfrac{(b+c)^2}{(b+c-a)^3}$	(57) X_{6046}, (Peter Moses, August 24, 2014)

Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{UVW}$; siendo U el punto de tangencia de la circunferencia A–exinscrita con la circunferencia tangente interiormente a ella que pasa por los pies de las alturas desde B y C. Los puntos V y W se definen de forma similar. (9-9-2010)

$\dfrac{a^2(a^4+b^4+c^4-2a^2(b^2+c^2))}{b^4+c^4-a^2(b^2+c^2)}$	(58)

Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{XYZ}$; siendo los vértices de éste determinados por la intersección de las rectas $X=\ell_b\cap\ell_c$, $Y=\ell_c\cap\ell_a$, $Z=\ell_a\cap\ell_b$; con ℓ_a la recta que contiene a los centros de las circunferencias circunscritas a los triángulos $\widehat{ABE}$ y $\widehat{ACF}$ $(E=AC\cap A'C', F=AB\cap A'B'$, $\widehat{A'B'C'}$ el triángulo tangencial). (24-10-2010)

$\dfrac{a^2}{2S_B^2S_C^2+a^2S^2S_A}$	(59)

Conjugado isogonal del punto U que divide al segmento de extremos en el circuncentro, X_3, y en el cuadrado baricéntrico del ortocentro, X_{393}, en la razón (22-11-2010):

$$\frac{X_3U}{UX_{393}}=\frac{2S_AS_BS_C(S_A^2S_B^2+S_B^2S_C^2+S_C^2S_A^2)}{S^2(S_A^2+S_B^2+S_C^2)}.$$

$a(b-c)(b+c-a)^2$	(60) X_{3900}

Punto del infinito (conjugado isogonal de X_{934}) de la recta lugar geométrico del punto de Gergonne de los triángulos semejantes al triángulo de referencia e inscritos en él. (27-12-2010)

$\dfrac{s-a}{2a(s-a)+S_A}$	(61)

Perspector de la cónica de focos en el circuncentro (X_3) y en el centro de Fuhrmann (X_{355}), y de circunferencia principal la circunferencia inscrita al triángulo medial.
Curiosamente, cuando se considera el triángulo de lados $a = 6, b = 9, c = 13$, este punto coincide con el vértice C.
(2-2-2011)

$$\frac{a^2}{5S_A - 3bc} \quad (62)$$

Centro de la homotecia entre $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{LMN}$, cuyo lado MN es la tangente, paralela a BC, a la cúbica siguiente:
Es lugar geométrico del puntos de intersección de las tangentes desde B y C a las circunferencias variables tangentes a BC y a la circunferencia circunscrita y cuyo centro está en una de las parábolas con el circuncentro como foco, la directriz de BC como eje y que pasa por B.
Los otros lados del triángulo $\widehat{LMN}$, se definen de forma similar.
(21-2-2011)

$$\frac{a^2}{5S_A + 3bc} \quad (63)$$

Centro de la homotecia entre $\widehat{ABC}$ y el triángulo $\widehat{LMN}$, cuyo lado MN es la tangente, paralela a BC, a la cúbica siguiente:
Es lugar geométrico del puntos de intersección de las tangentes desde B y C a las circunferencias variables tangentes a BC y a la circunferencia circunscrita y cuyo centro está en la otra una de las parábolas con el circuncentro como foco, la directriz de BC como eje y que pasa por B.
Los otros lados del triángulo $\widehat{LMN}$, se definen de forma similar.
(21-2-2011)

$$(b + c - a)^2(a^2 + 2a(b + c) + b^2 - 6bc + c^2) \quad (64) \quad X_{6552}$$

Centro de la cónica que pasa por los dos puntos de la recta BC en que la corta las tangentes en el punto doble a la cúbica siguiente:
Es lugar geométrico del puntos de intersección de las tangentes desde B y C a las circunferencias variables tangentes a BC y a la circunferencia circunscrita y cuyo centro esta en una de las parábolas con el circuncentro como foco, la directriz de BC como eje y que pasa por B.
Los pares de puntos en los otros lados de $\widehat{ABC}$, se definen de forma similar.
(21-2-2011)

$$\frac{a^2}{(b^2 - c^2)^2(2a^2S_A + b^2c^2)} \quad (65)$$

Perspector de la cónica biceviana de los conjugados isogonales de los centros de las hipérbolas de Kiepert y Jerabek.
(27-2-2011)

$a^2(2a^2S_A + b^2c^2)$ (66) X_{5012}

Producto baricéntrico del simediano y el X_{1078}. (27-2-2011)

$a^2(2a^2 - b^2 - c^2)(a^4 - b^4 + b^2c^2 - c^4)$ (67) X_{6593}

Segundo punto de intersección de la cónica biceviana de los conjugados isogonales de los centros de las hipérbolas de Kiepert con la recta que pasa por el simediano (X_6) y el centro de la hipérbola de Stammler, X_{110}. Es el punto medio de X_6X_{110}. (27-2-2011)

$2a^8(b^2+c^2)-a^4b^2c^2(b^2+c^2)-2(b^2-c^2)^4(b^2+c^2)-a^6(4b^4+3b^2c^2+4c^4)+4a^2(b^8-b^6c^2-b^2c^6+c^8)$ (68) X_{7579}

Centro (está en la recta de Euler) de la cónica que contiene a los perspectores de la cónica de MacBeath respecto a todos los triángulos que tienen la mismas circunferencias circunscritas y de Euler que $\widehat{ABC}$ (todos tiene cónica de MacBeath común).
Punto medio de X_{1346} y X_{1347}. (6-3-2011)

$5a^2S_A + 8S_BS_C$ (69) X_{5055}

Foco de la parábola que contiene a los perspectores de la cónica de MacBeath respecto a todos los triángulos que tienen la mismas circunferencias circunscritas y de Euler que $\widehat{ABC}$, cuando se verifica $GH = R$.
Es el punto X que divide a ON en la razón $8:1$ ($OX : XN = 8:1$ ó $OX : XH = 4:5$)).
(6-3-2011)

$\dfrac{b+c-a}{a^2+b^2+c^2-2a(b+c)}$ (70) X_{6601}

Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$. Siendo A' definido como sigue: Sea $\widehat{A_IB_IC_I}$ el triángulo de contacto interior; la perpendicular por el vértice B al lado BC corta a la paralela al lado BC por el punto B_I en el punto B_a y la perpendicular por el vértice C al lado BC corta a la paralela al lado BC por C_I en el punto C_a. Sea A' el punto medio de B_aC_a. Los puntos B' y C' se definen cíclicamente. (9-3-2011)

$$\frac{a(-a+b+c)}{a^2(b+c)-2a(b^2+bc+c^2)+(b+c)^3}$$ (71)

Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$. Siendo éste último definido como sigue: Sea $\widehat{A_IB_IC_I}$ el triángulo de contacto interior; la perpendicular por el vértice B al lado BC corta a la paralela al lado BC por el punto B_I en el punto B_a y la perpendicular por el vértice C al lado BC corta a la paralela al lado BC por C_I en el punto C_a. El lado $B'C'$ es la recta B_aC_a. Los lados $C'A'$ y $A'B'$ se definen cíclicamente. (9-3-2011)

$$\frac{a}{a^3(b+c)+a^2(b^2+4bc+c^2)-a(b^3+b^2c+bc^2+c^3)-(b^2-c^2)^2}$$
(72)

Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$. Siendo éste último definido como sigue: Sea $\widehat{A_{I_a}B_{I_b}C_{I_c}}$ el triángulo de contacto exterior; la perpendicular por el vértice B al lado BC corta a la paralela al lado BC por B_{I_a} en el punto B_a y la perpendicular por el vértice C al lado BC corta a la paralela al lado BC por C_{I_a} en el punto C_a. El triángulo $\widehat{A'B'C'}$ es el limitado por las rectas B_aC_a, C_bA_b y A_cB_c. (9-3-2011)

$$\frac{S_A^3(S_B^3-2S_BS_C(S_B+S_C)+S_C^3)-2S_A^2S_BS_C(S_B^2+S_C^2)-S_AS_B^2S_C^2(S_B+S_C)+2S_B^3S_C^3}{S_A}$$
(73)

Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, H su ortocentro y $\widehat{A'B'C'}$ su triángulo anticomplementario (precevino del baricentro). La paralela por H a AB corta en B_c y B'_c a AC y $A'C'$; la paralela por H a AC corta en C_b y C'_b a AB y $A'B'$. Sea Γ_a la circunferencia que contiene a B_c, B'_c, C_b y C'_b. Similarmente, se consideran las circunferencias Γ_b y Γ_c. El centro radical de las circunferencias Γ_a, Γ_b y Γ_c es el punto de primera coordenada baricéntrica la expuesta. (4-4-2011)

$$\frac{a(a^4-4a^3(b+c)+2a^2(3b^2-2bc+3c^2)-4a(b-c)^2(b+c)+(b-c)^2(b^2+6bc+c^2))}{(b+c-a)^2}$$
(74)

Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, Γ_a la circunferencia que pasa por B y C y es tangente internamente a la circunferencia inscrita y similarmente, las circunferencias Γ_b y Γ_c. Designamos por P_a el punto de contacto de Γ_a y la circunferencia inscrita; similaramente, sean P_b y P_c. Sea Q_a el punto de concurrencia de las tangentes a la circunferencia inscrita en P_b y P_c; y similarmente, Q_b y Q_c. Finalmente, sea T_a el punto de intersección de las rectas BP_c y CP_a; similarmente se definen T_b y T_c.
Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{Q_aQ_bQ_c}$ y $\widehat{T_aT_bT_c}$. (7-4-2011)

$$\frac{(b+c)(2a+b+c)}{b+c-a}$$ (75) X_{3649}

Centro de perspectividad de los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$. Siendo éste último definido como sigue: Sea $D = AH \cap IM_a$, entonces A' es el simétrico de D respecto a A (H el ortocentro, M_a el punto medio del lado BC e I el centro de la circunferencia inscrita). Similarmente se defines B' y C'.
(Hyacinthos, message #20103) (23-6-2011)

$a^2(a^4S_A^2 + a^2S_A^3 - S_B^2S_C^2)$ (76) Está en la recta de Euler

Centro de perspectividad del triángulo circunceviano de X_3 (triángulo antipodal) y el triángulo delimitado por las paralelas por los vértices del triángulo tangencial a los respectivos lados del triángulo de referencia.
(Cuárticas asociadas a triángulos circuncevianos) (01-08-2013)

$$a^2(a+b-c)(a-b+c)$$
$$(a^6 - a^4(b-c)^2 + 4a^3bc(b+c) + 4abc(b+c)^3 +$$
$$(b-c)^2(b+c)^4 - a^2(b^4 - 4b^3c + 22b^2c^2 - 4bc^3 + c^4))$$
(77) X_{8278}

Centro de perspectividad del triángulo circunceviano de X_{56} y el triángulo delimitado por las paralelas por los vértices del triángulo tangencial a los respectivos lados del triángulo de referencia.
(Cuárticas asociadas a triángulos circuncevianos) (01-08-2013)

$$a^2(a^2 - b^2 - bc - c^2)$$
$$(a^3 + a^2b - ab^2 - b^3 + a^2c + abc + b^2c - ac^2 + bc^2 - c^3)$$
$$(a^6 - 2a^4b^2 + a^2b^4 + a^2b^3c - b^5c - 2a^4c^2 -$$
$$a^2b^2c^2 + a^2bc^3 + 2b^3c^3 + a^2c^4 - bc^5)$$
(78)

Punto de concurrencia de las circunferencias circunscritas a los triángulos $P_aB'C', P_bC'A', P_cA'B'$: Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P el **incentro** y $\widehat{A'B'C'}$ el triángulo ceviano de P. Se denota por P_a, P_b, P_c los conjugados isogonales de P con respecto a los triángulos $\widehat{AB'C'}, \widehat{BC'A'}, \widehat{CA'B'}$, respectivamente.
(Circunferencias concurrentes asociadas al triángulo ceviano de un punto) (30-07-2013)

$$(a-b-c)(b-c)^2$$
$$(a^3 + a^2(b+c) - (b-c)^2(b+c) - a(b^2 - bc + c^2))$$
$$(a^6 + (b-c)^2(b+c)^4 - a^4(b^2+c^2) -$$
$$a^2(b^4 + 2b^3c + b^2c^2 + 2bc^3 + c^4))$$
(79)

Punto de concurrencia de las circunferencias circunscritas a los triángulos $\widehat{A'P_bP_c}, \widehat{B'P_cP_a}, \widehat{C'P_aP_b}$: Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P el **incentro** y $\widehat{A'B'C'}$ el triángulo ceviano de P. Se denota por P_a, P_b, P_c los conjugados isogonales de P con respecto a los triángulos $\widehat{AB'C'}, \widehat{BC'A'}, \widehat{CA'B'}$, respectivamente.
(Circunferencias concurrentes asociadas al triángulo ceviano de un punto) (30-07-2013)

$$a^2(4a^4 - 7a^2b^2 - 2b^4 - 7a^2c^2 + 14b^2c^2 - 2c^4)$$
$$(4a^4 - 6a^2b^2 + 2b^4 - 6a^2c^2 + b^2c^2 + 2c^4) \quad (80)$$

Punto de concurrencia de las circunferencias circunscritas a los triángulos $P_aB'C', P_bC'A', P_cA'B'$: Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P el **baricentro** y $\widehat{A'B'C'}$ el triángulo ceviano de P. Se denota por P_a, P_b, P_c los conjugados isogonales de P con respecto a los triángulos $\widehat{AB'C'}, \widehat{BC'A'}, \widehat{CA'B'}$, respectivamente.
(Circunferencias concurrentes asociadas al triángulo ceviano de un punto) (30-07-2013)

$$(b-c)^2(b+c)^2(-7a^2+2b^2+2c^2)(-2a^4+2b^4-5b^2c^2+2c^4) \quad (81)$$

Punto de concurrencia de las circunferencias circunscritas a los triángulos $\widehat{A'P_bP_c}, \widehat{B'P_cP_a}, \widehat{C'P_aP_b}$: Sean $\widehat{ABC}$ un triángulo, P el **baricentro** y $\widehat{A'B'C'}$ el triángulo ceviano de P. Se denota por P_a, P_b, P_c los conjugados isogonales de P con respecto a los triángulos $\widehat{AB'C'}, \widehat{BC'A'}, \widehat{CA'B'}$, respectivamente.
(Circunferencias concurrentes asociadas al triángulo ceviano de un punto) (30-07-2013)

$$a^4/(a^4+S^2) \quad (82)$$

Sea ABC un triángulo, de los rectángulos inscritos en ABC, con uno de sus lados sobre los lados del triángulo, tomemos los tres que tienen diagonal de longitud mínima. Los lados de estos rectángulos paralelos a los de ABC, delimitan un triángulo A'B'C' homotético a ABC, con centro de homotecia en el punto de coordenadas baricéntricas indicadas.
(Rectángulos de diagonal mínima inscritos en un triángulo) (24-07-2013)

$$\frac{10a^2+7(b^2+c^2)}{(a^6+15a^4(b^2+c^2)+3a^2(7b^4+37b^2c^2+7c^4)+7(b^6+9b^4c^2+9b^2c^4+c^6))} \quad (83)$$

Un centro ortológico de los triángulos ABC y DEF:
Sean ABC un triángulo, $P = G$ el baricentro y $P^* = K$ el simediano, su conjugado isogonal. Denotamos por A', B', C' los puntos medios de AP, BP, CP, respectivamente, y por $A", B", C"$ los puntos medios de AP^*, BP^*, CP^*, respectivamente. Sean D, E, F los puntos medios de $A'A", B'B", C'C"$, respectivamente, entonces los triángulos ABC y DEF son ortológicos (las perpendiculares desde los vértices de uno de ellos a los correspondientes lados del otro son concurrentes).
El otro centro ortológico es el circuncentro.
(18-07-2013)

$$\frac{2a^4-5a^2(b^2+c^2)+3(b^2-c^2)^2}{a^6+a^4(b^2+c^2)-5a^2(b^4+b^2c^2+c^4)+3(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)} \quad (84)$$

Un centro ortológico de los triángulos ABC y DEF:
Sean ABC un triángulo, $P = O$ el cicuncentro y $P^* = H$ el orotocentro, su conjugado isogonal. Denotamos por A', B', C' los puntos medios de AP, BP, CP, respectivamente, y por $A", B", C"$ los puntos medios de AP^*, BP^*, CP^*, respectivamente. Sean D, E, F los puntos medios de $A'A", B'B", C'C"$, respectivamente, entonces los triángulos ABC y DEF son ortológicos (las perpendiculares desde los vértices de uno de ellos a los correspondientes lados del otro son concurrentes).
El otro centro ortológico es el propio circuncentro.
(18-07-2013)

$$\frac{a^2}{(b-c)(2a^4 - a^3(b+c) - a^2(3b^2 + 4b*c + 3c^2) + a(b+c)(b^2 + 3b*c + c^2) + (b^2 - c^2)^2)}$$
(85) X_{6584}

Punto de concurrencia de las circunferencias circunscritas a los triángulos $ABC, AK_bK_c, BK_cK_a, CK_aK_b$:
Sean ABC un triángulo, I el incentro y N_a, N_b, N_c los centros de las circunferencias de los nueve puntos de los triángulos IBC, ICA, IAB, resp. Se denota por K_a, K_b, K_c los conjugados isogonales de N_a, N_b, N_c con respecto a los triángulos IBC, ICA, IAB, resp. (es decir, K_a, K_b, K_c son los puntos de Kosnita de los triángulos IBC, ICA, IAB).
(16-07-2013)

$(a^2 + 2S_A)(a^4 + S_BS_C + S^2)$ (86)

Centro de perspectividad de los triángulos medial $M_aM_bM_c$ y el $A'B'C'$, siendo A' el conjugado isogonal de H_a (pie de la altura desde el vértice A) respecto al triángulo GM_bM_c (G el baricentro). Los vértices B' y C' se definen similarmente.
(14-07-2013)

$(a^3+a^2(b+c)-a(b+c)^2-(b-c)^2(b+c))(a^3(b+c)-a^2(b-c)^2-a(b-c)^2(b+c)+(b^2-c^2)^2)$
(87) X_{6260} Medial-triangle-orthologic center of extouch triangle (César E. Lozada - Dec. 2013)

Un centro ortológico del triángulo medial y el triángulo DEF, definido así:
$A"B"C"$ es el triángulo ceviano del incentro. Se denota por A_b y A_c las proyecciones ortogonales de A sobre $BB"$ y $CC"$. Similarmente, se definen los puntos B_c, B_a, C_a y C_a.
D, E y F son los puntos medios de A_bA_c, B_cB_a y C_aC_b.
(El otro centro ortológico es X_{946})
(11-08-2013)

$a(2a^3 - a^2(b+c) - 2a(b^2 - b*c + c^2) + b^3 + b^2c + c^2b + c^3)$(88)

Centro de perspectividad de los triángulos $A"B"C"$ y $O_aO_bO_c$, definidos como sigue:
Los puntos $A", B"$ y $C"$ son los puntos medios de $AI_a.BI_b$ y CI_c ($I_aI_bI_c$ el triángulo excentral).
Los puntos O_a, O_b y O_c son los circuncentros de los triángulos $A"BC, B"CA$ y $C"AB$.
(08-07-2013)

$$S_BS_C(S_A(c^2-b^2)^2 - S_BS_C(2S_A-a^2)) \tag{89}$$

Punto de concurrencia de las circunferencias circunscritas a los triángulos $A"B'C', B"C'A', C"A'B'$. Siendo $A'B'C'$ el triángulo órtico, y $A", B", C"$ los puntos medios de las alturas.
(07-07-2013)

$$\frac{1}{S_A + \frac{2}{\sqrt{3}}S} \tag{90}$$

Centros de perspectividad de Kiepert correspondiente a $\theta = \operatorname{arctag} \frac{2}{\sqrt{3}}$.
(21-06-2013)

$$\frac{1}{S_A - \frac{2}{\sqrt{3}}S} \tag{91}$$

Centros de perspectividad de Kiepert correspondiente a $\theta = -\operatorname{arctag} \frac{2}{\sqrt{3}}$.
(21-06-2013)

$$\frac{1}{S_A + \frac{5}{\sqrt{3}}S} \tag{92}$$

Centros de perspectividad de Kiepert correspondiente a $\theta = \operatorname{arctag} \frac{5}{\sqrt{3}}$.
(21-06-2013)

$$\frac{1}{S_A - \frac{5}{\sqrt{3}}S} \tag{93}$$

Centros de perspectividad de Kiepert correspondiente a $\theta = -\operatorname{arctag} \frac{5}{\sqrt{3}}$.
(21-06-2013)

$$\frac{1}{S_A + \frac{4}{\sqrt{3}}S} \tag{94}$$

Centros de perspectividad de Kiepert correspondiente a $\theta = \operatorname{arctag} \frac{4}{\sqrt{3}}$.
(21-06-2013)

$$\frac{1}{S_A - \frac{4}{\sqrt{3}} S} \qquad (95)$$

Centros de perspectividad de Kiepert correspondiente a $\theta = -\operatorname{arctag} \frac{4}{\sqrt{3}}$.
(21-06-2013)

$$53a^4 + 11(b^2 - c^2)^2 - 64a^2(b^2 + c^2) + 2\sqrt{3}(a^2 + 3b^2 + 3c^2)S (96)$$

Centros de perspectividad de triángulos.
(21-06-2013)

$$53a^4 + 11(b^2 - c^2)^2 - 64a^2(b^2 + c^2) - 2\sqrt{3}(a^2 + 3b^2 + 3c^2)S (97)$$

Centros de perspectividad de triángulos.
(21-06-2013)

$$\frac{1}{a^6 + a^4(b^2 + c^2) - a^2((b^2 + c^2)^2 - b^2c^2) - (b^2 + c^2)(b^4 - b^2c^2 + c^4)}$$
(98)

Perspector de la cónica descrita a continuación:
Sean ABC un triángulo, P un punto, D, E y F los pies de las cevianas de P en los lados BC, CA y AB. Denotamos por A', B' y C' los puntos donde las mediatrices de AD, BE y CF cortan a BC, CA y AB, respectivamente. El lugar geométrico de los puntos P tales que A', B' y C' estén alineados es una séxtica que pasa por los vértices de ABC (puntos dobles) y por los centros X_1, X_4 y X_8.
Los seis puntos en los que esta séxtica vuelve a cortar a los lados de ABC están en una CÓNICA de centro en X_{3162}.
(20-06-2013)

$$a^2(a^8(b^2 + c^2) - 2a^6(b^4 + c^4) + a^4b^2c^2(b^2 + c^2) + a^2(b^2 - c^2)^2(2b^4 + b^2c^2 + 2c^4) - b^{10} + b^8c^2 + b^2c^8 - c^{10}) \qquad (99)$$

Punto de las rectas ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c descrita a continuación:
Sean ABC un triángulo y $A'B'C'$ su triángulo de reflexión (ie. A', B' y C' son los simétricos de A, B y C respecto a BC, CA y AB, resp.). Denotamos por:
A_b y A_c las proyecciones ortogonales de A' sobre BB' y CC', resp.
B_c y B_a las proyecciones ortogonales de B' sobre CC' y AA', resp.
C_a y C_b las proyecciones ortogonales de C' sobre AA' y BB', resp.
ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c son las rectas de Euler de los triángulos $A'A_bA_c, B'B_cB_a$ y $C'C_aC_b$, respectivamente.
(19-06-2013)

$$a^8(b^2+c^2)-2a^6(b^4-b^2c^2+c^4)-a^4b^2c^2(b^2+c^2)+a^2(b^2-c^2)^2(2b^4-b^2c^2+2c^4)-(b^2-c^2)^4(b^2+c^2)$$
(100)

Punto de intersección de las rectas de Euler del triángulo de referencia ABC y del triángulo $O_aO_bO_c$, definido a continuación:
Sean ABC un triángulo, $A'B'C'$ su triángulo de reflexión (ie. A', B' y C' son los simétricos de A, B y C respecto a BC, CA y AB, resp.) y $A_tB_tC_t$ el triángulo antipedal del circuncentro O (triángulo tangencial).
Los puntos Oa, Ob y Oc los circuncentros de los triángulos $A_tB'C', B_tC'A'$ y $C_tA'B'$, resp.
(18-06-2013)

$$\frac{a^6-3a^4(b^2+c^2)+a^2(3b^4+b^2c^2+3c^4)-(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)}{b^2+c^2-a^2}$$
(101)

Centro de homotecia del triángulo de referencia ABC y del triángulo DEF, definido a continuación:
Dado un triángulo ABC, DEF es el triángulo acotado por las rectas ℓ_a, ℓ_b y ℓ_c, donde ℓ_a es la polar del ortocentro H con respecto a la circunferencia centrada en A y pasando por N, centro de la circunferencia de los nueve puntos; ℓ_b y ℓ_c se definen cíclicamente.
(17-06-2013)

$$\begin{gathered}a^2(a^{16}-2a^{14}(b^2+c^2)-2a^{12}(b^4-5b^2c^2+c^4)+\\ 2a^{10}(b^2+c^2)(3b^4-7b^2c^2+3c^4)-a^8b^2c^2(3b^2-4c^2)(4b^2-3c^2)-\\ 6a^6(b-c)^2(b+c)^2(b^2+c^2)(b^4-b^2c^2+c^4)+\\ a^4(b-c)^2(b+c)^2(2b^8+12b^6c^2-b^4c^4+12b^2c^6+2c^8)+\\ 2a^2(b-c)^2(b+c)^2(b^2+c^2)(b^8-4b^6c^2+3b^4c^4-4b^2c^6+c^8)-\\ (b-c)^4(b+c)^4(b^8+2b^6c^2+2b^2c^6+c^8))\end{gathered} \quad (102)$$

Punto de concurrencia de las perpendiculares trazadas desde los vértices del triángulo tangencial $A'B'C'$ a las reflexiones de AO, BO y CO en la recta de Euler, respectivamente.
(15-06-2013)

$$a^9 - 2a^8(b+c) + 6a^7bc + 2a^6(b-2c)(2b-c)(b+c) -$$
$$a^5(4b^4 + 4b^3c - 17b^2c^2 + 4c^3b + 4c^4) -$$
$$2a^4(b-c)^2(b+c)(b^2 - 6b*c + c^2) +$$
$$a^3(b-c)^2(4b^4 + 2b^3c - 11b^2c^2 + 2c^3b + 4c^4) -$$
$$2a^2b*c(b-c)^2(b+c)(3b^2 - 5b*c + 3c^2) - a(b-c)^6(b+c)^2 \quad (103)$$

Punto de concurrencia de las perpendiculares trazadas desde los vértices del triángulo excentral $I_aI_bI_c$ a las reflexiones de las bisectrices AI, BI y CI en la recta IO, respectivamente. (13-06-2013)

$$a(a^2 - b^2 - c^2)(2a^5(b+c)^2 - 4a^3(b^2 + b*c + c^2)^2 +$$
$$2a(b-c)^2(b+c)^4 +$$
$$2S(b+c)(a^4 - a^2(2b^2 + 5b*c + 2c^2) + b^4 - b^3c - c^3b + c^4)) \quad (104)$$

Centro radical de las circunferencias exinscritas relativas al ángulo O (circuncentro de ABC) de los triángulos OBC, OCA y OAB.
(08-06-2013)

$$a(a^2 - b^2 - c^2)(a^4 - 2a^2(b+c)^2 - 4a(b+c)S + (b^2 - c^2)^2)$$

(105) X_{6213} Perspector of excentral triangle and inner Vecten triangle. (César E. Lozada - Dec. 2013)

Punto de concurrencia de las paralelas por los vértices de ABC respectivamente a los ejes radicales de las circunferencias exinscritas relativas al ángulo O (circuncentro de ABC) de los triángulos OBC, OCA y OAB.
(08-06-2013)

$$a^2(a^8 + a^6(b^2 + c^2) +$$
$$a^4(-9b^4 + 19b^2c^2 - 9c^4) +$$
$$11a^2(b^2 - c^2)^2(b^2 + c^2) -$$
$$(b^2 - c^2)^2(4b^4 + 17b^2c^2 + 4c^4)) \quad (106)$$

6º punto de intersección de la cúbica pK(X6,X550) con la hipérbola equilátera circunscrita a ABC y que pasa por el circuncentro (hipérbola de Jerabek)
(03-06-2013)

$$\frac{a^2S_A}{(a^4 + 2a^2(b^2 + c^2) - 3(b^2 - c^2)^2)} \quad (107)$$

Polo de la cúbica lugar geométrico de los puntos P tales que los triángulos $A'B'C'$ y $O_aO_bO_c$ son perspectivos, donde $A'B'C'$ es el triángulo ceviano de P O_a es el circuncentro de del triángulo AA_bA_c.
Los puntos A_b y A_c son las reflexiones, respecto a C y B respectivamente, de las proyecciones ortogonales de A' sobre AC y AB, respectivamente.
Los puntos O_b y O_c se definen similarmente.
(20-08-2013)

$$\frac{1}{(a^4+2a^2(b^2+c^2)-3(b^2-c^2)^2)} \qquad (108)$$

Pivote de la cúbica lugar geométrico de los puntos P tales que los triángulos $A'B'C'$ y $O_aO_bO_c$ son perspectivos, donde $A'B'C'$ es el triángulo ceviano de P O_a es el circuncentro de del triángulo AA_bA_c.
Los puntos A_b y A_c son las reflexiones, respecto a C y B respectivamente, de las proyecciones ortogonales de A' sobre AC y AB, respectivamente.
Los puntos O_b y O_c se definen similarmente.
(20-08-2013)

$$a(3a^5(b+c)+a^4(b^2+c^2)-2a^3(3b^3+b^2c+bc^2+3c^3)-2a^2(b^4+b^3c+4b^2c^2+bc^3+c^4)+a(b-c)^2(3b^3+5b^2c+5bc^2+3c^3)+(b-c)^2(b+c)^4) \qquad (109)$$

Punto medio del par bicéntrico formado por los centro radicales de las dos ternas de circunferencias (N_{bc}), (N_{ca}), (N_{ab}) y (N_{ba}), (N_{cb}), (N_{ac}).
Siendo:
(N_{ab}), (N_{ac}) las circunferencias de los nueve puntos de los triángulos AIB', AIC', resp.
(N_{bc}), (N_{ba}) las circunferencias de los nueve puntos de los triángulos BIC', BIA', resp.
(N_{ca}), (N_{cb}) las circunferencias de los nueve puntos de los triángulos CIA', CIB', resp.
(21-08-2013)

$$a(3a^4(b-c)^2+a^3(-5b^3+4b^2c+4bc^2-5c^3)+a^2(b^4+5b^3c-14b^2c^2+5bc^3+c^4)+a(b-c)^2(b^3+c^3)-bc(b-c)^2(b^2+c^2)) \qquad (110)$$

Punto medio del par bicéntrico formado por los centro radicales de las dos ternas de circunferencias (O_{ab}), (O_{ac}), (O_{bc}) y (O_{ba}), (O_{ca}), (O_{cb}).
Siendo (si denotamos por $A'B'C'$ el triángulo ceviano del incentro):
(O_{ab}), (O_{ac}) las circunferencias circunscritas a los triángulos AA_bA', AA_cA', resp.
(O_{bc}), (O_{ba}) las circunferencias circunscritas a los triángulos BB_cB', BB_aB', resp.
(O_{ca}), (O_{cb}) las circunferencias circunscritas a los triángulos CC_aC', CC_bC', resp.
(24-08-2013)

$$11a^2S_A+2S_BS_C) \qquad (111)$$

Baricentro del triángulo $M_aM_bM_c$, cuyos vértices son los puntos medios de los circuncentros de los pares de circunferencias circunscritas a los pares de triángulos BCB' y BCC', CAC' y CAA', ABA' y ABB'.
(23-08-2013)

$$a(b-c)(3a^2-2ab-b^2-2ac-c^2) \qquad (112)$$

Diferencia bicéntrica del par bicéntrico formado por los centro radicales de las dos ternas de circunferencias (O_{ab}), (O_{ac}), (O_{bc}) y (O_{ba}), (O_{ca}), (O_{cb}).
Siendo (si denotamos por $A'B'C'$ el triángulo ceviano del incentro):
(O_{ab}), (O_{ac}) las circunferencias circunscritas a los triángulos AA_bA', AA_cA', resp.
(O_{bc}), (O_{ba}) las circunferencias circunscritas a los triángulos BB_cB', BB_aB', resp.
(O_{ca}), (O_{cb}) las circunferencias circunscritas a los triángulos CC_aC', CC_bC', resp.
(24-08-2013)

$$\frac{1}{(b+c-a)(a^3-a^2(b+c)-a(b^2-8bc+c^2)+(b+c)(b^2-4bc+c^2)} \qquad (113)$$

Centro y perspector de al cónica que pasa por los seis puntos A_b, A_c, B_c, B_a, C_a y C_b, definido como sigue:
Sean ABC un triángulo, $A'B'C'$ su triángulo antimedial y $A"B"C"$ el triángulo pedal del incentro. Se denota por $A_b = A"B" \cap B'C'$ y por $A_c = A"C" \cap B'C'$. Similarmente y de forma cíclica de definen B_c, B_a y C_a, C_b.
(10-08-2013)

$$\frac{1}{2a^2S_A^3-b^2c^2S_BS_C} \qquad (114)$$

Centro de perspectividad de los triángulos ABC y $A'B'C'$.
El triángulo $A'B'C'$ se describe a continuación:
El lugar geométrico de un punto P tal que las perpendiculares trazadas desde A, B, C respectivamente a las rectas PC, PA, PB son concurrentes en un punto es una cónica circunscrita con perspector $(SC : SA : SB)$. El punto Q describe la cónica circunscrita de perspector $(SB : SC : SA)$.
Las polares de A, B, C respecto a las cónicas descrita por los puntos $D = PC \cap QB, E = PA \cap QC, F = PB \cap QA$, delimitan un triángulo $A'B'C'$ perspectivo con ABC.
(02-10-2013)

$$\frac{1}{(b^2-c^2)(3\sqrt{3}b^2c^2S_A+S(S^2+9S_A^2))} \qquad (115) \quad X_{5618}$$

Centro sobre la circunferencia circunscrita.
Sean ABC un triángulo y P un punto. Consideremos los tres triángulos equiláteros AA_bA_c, BB_cB_a y CC_aC_b, tales que B_a y C_a están en la ceviana AP, C_b y A_b están en la ceviana BP, y A_c y B_c están en la ceviana CP.
Existe un único punto Ω, sobre la circunferencia circunscrita, para el cual las rectas A_bA_c, B_cB_a y C_aC_b son concurrentes, con coordenadas baricéntricas las indicadas.
(03-11-2013)

$$\frac{a}{(b-c)(a^3-a^2(b+c)-a(b^2+bc+c^2)+(b+c)^3)}$$ (116) X_{5606}

Centro sobre la circunferencia circunscrita.
Sean un triángulo ABC, I el incentro; N_a, N_b, N_c los centros de las circunferencias de los nueve puntos de IBC, ICA, IAB. Las circunferencias $ANbNc$, $BNcNa$, $CNaNb$ concurren en un punto de la circunferencia circunscrita.
(03-11-2013)

$a^2(a^6(b^2+c^2)-a^4(3b^4+4b^2c^2+3c^4)+a^2(3b^6+2b^4c^2+2b^2c^4+3c^6)-b^8+b^6c^2+b^2c^6-c^8)$
(117) X_{6101} 18th Hatzipolakis-Montesdeoca Point

Punto de concurrencia de las circunferencias circunscritas a los triángulos $N_aN_bN_c, N_aBC, N_bCA$ y N_cAB.
Sea ABC un triángulo y O su circuncentro. Se denota por A_b, A_c las reflexiones de A en OB y OC, respectivamente. N_a es el centro de la circunferencia de los nueve puntos del triángulo $AAbAc$. Similarmente se definen N_b y N_c.
(12-10-2014)

$a^2(a^6(b^2+c^2)-3a^4(b^4+c^4)+a^2(3b^6-2b^4c^2-2b^2c^4+3c^6)-b^8+b^6c^2+b^2c^6-c^8)$
(118) X_{6102} 19th Hatzipolakis-Montesdeoca Point

Centro de ortología de $N_aN_bN_c$ respecto a ABC es el punto, está sobre la circunferencia circunscrita a $N_aN_bN_c$
Sea ABC un triángulo y O su circuncentro. Se denota por A_b, A_c las reflexiones de A en OB y OC, respectivamente. N_a es el centro de la circunferencia de los nueve puntos del triángulo $AAbAc$. Similarmente se definen N_b y N_c.
(12-10-2014)

$$\frac{1}{(b^2-c^2)(a^2(b^2+c^2)-2b^2c^2)}$$ (119) X_{9150}

Punto donde la recta $X_{99}X_{886}$ vuelve a corta a la circunferencia circunscrita.
(05-09-2014)

$$a^2(a^8 - a^6(b^2+c^2) + a^4b^2c^2 - a^2(b^2-c^2)^2(b^2+c^2) + b^8 - b^6c^2 - b^2c^6 + c^8 + (-2a^4 + a^2(b^2+c^2) + (b^2-c^2)^2)\Delta)$$

$$\Delta = \sqrt{a^8 - a^6(b^2+c^2) + a^4b^2c^2 - a^2(b^6 - b^4c^2 - b^2c^4 + c^6) + b^8 - b^6c^2 - b^2c^6 + c^8}$$

(120)

Punto donde la recta $X_{99}X_{2479}$ vuelve a corta a la circunferencia circunscrita.
(05-09-2014)

$$a^2(a^8 - a^6(b^2+c^2) + a^4b^2c^2 - a^2(b^2-c^2)^2(b^2+c^2) + b^8 - b^6c^2 - b^2c^6 + c^8 - (-2a^4 + a^2(b^2+c^2) + (b^2-c^2)^2)\Delta)$$

$$\Delta = \sqrt{a^8 - a^6(b^2+c^2) + a^4b^2c^2 - a^2(b^6 - b^4c^2 - b^2c^4 + c^6) + b^8 - b^6c^2 - b^2c^6 + c^8}$$

(121)

Punto donde la recta $X_{99}X_{2480}$ vuelve a corta a la circunferencia circunscrita.
(05-09-2014)

$(a^2 - b^2 - c^2)(-2a^8 + 2a^6(b^2 + c^2) + a^4(b^4 - 4b^2c^2 + c^4) - (b^2 - c^2)^4)$
(122)

Punto del infinito de la hipérbola lugar geométrico de los centros de perspectividad del triángulos pedal de P (sobre la recta de Euler) y $N_aN_bN_c$ (N_a es el centro de la circunferencia de los nueve puntos del triángulo PBC; N_b y N_c definidos similarmente).
(06-06-2016)

$$\frac{1}{(b^2-c^2)^2S_A^3} \qquad (123)$$

Perspector de la parábola envolvente de las rectas PQ, donde P es un punto sobre la recta de Euler y Q es el centro de perspectividad del triángulos pedal de P y $N_aN_bN_c$ (N_a es el centro de la circunferencia de los nueve puntos del triángulo PBC; N_b y N_c definidos similarmente).
(06-06-2016)

$4a^{10} - 10a^8(b^2+c^2) + 2a^6(2b^4 + 7b^2c^2 + 2c^4) - a^4(-8b^6 + 11b^4c^2 + 11b^2c^4 - 8c^6) - a^2(b^2 - c^2)^2(8b^4 + 3b^2c^2 + 8c^4) + 2(b^2-c^2)^4(b^2+c^2)$ (124)

Punto medio de X_{140} y X_{468}.
(Antreas P. Hatzipolakis. Anopolis # 2909)
Let ABC be a triangle and A'B'C' the medial triangle.
Denote:
Oa, Ob, Oc = the midpoints of OA', OB', OC' Na, Nb, Nc = the midpoints of NA, NB, NC
The circumcenters of OaNbNc, ObNcNa, OcNaNb are colinear. The line is perpendicular to Euler line.
Point of the intersection
(14-06-2016)

$a^2(a^8+4a^4b^2c^2-2a^6(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2(b^4+3b^2c^2+c^4)+a^2(2b^6-b^4c^2-b^2c^4+2c^6))$
(125)

Punto medio de X_3 y X_{378}, $3X_3-X_{22}$. Intersección de las rectas X_iX_j para {i,j}: {2,3}, {74,5012}, {182,2781}, {184,5663}, {399,3431}, {567,5890},{569,1204}, {578,6102}, {1147,5876}, {1511,4550}, {2935,4846}, {3060,3581}, {3098,9019}, {4045,6720}, {5944,6759}
(Antreas P. Hatzipolakis. Anopolis # 2916)
Let ABC be a triangle.
Denote:
Ha, Hb, Hc = the reflections of H in BC, CA, AB, resp.
Oa, Ob, Oc = the reflections of O in BC, CA, AB, resp.
O1, O2, O3 = the circumcenters of OaHbHc, ObHcHa, OcHaHb, resp.
The orthocenter of O1O2O3 lies on the Euler line of ABC
(14-06-2016)

$a^2(2a^8+10a^4b^2c^2-4a^6(b^2+c^2)+a^2(4b^6-5b^4c^2-5b^2c^4+4c^6)-(b^2-c^2)^2(2b^4+5b^2c^2+2c^4))$
(126)

Punto medio de X_{156} and X_{3357}. $(2r^2+8rR+7R^2-2s^2)X_{49}+(2r^2+8rR+9R^2-2s^2)X_{74}$.
Intersección de las rectas X_iX_j para {i,j}: {2,3},{49,74},{156,3357},{7280,8144}.
(Antreas P. Hatzipolakis. Anopolis # 2928)
Let ABC be a triangle. Denote:
Na, Nb, Nc = the NPC centers of OBC, OCA, OAB, resp.
N1, N2, N3 = the reflections of Na, Nb, Nc in OA, OB, OC, resp.
The circumcenter of N1N2N3 lies on the Euler line of ABC.
(15-06-2016)

$(a^2+b^2-2c^2)(a^2-2b^2+c^2)(a^6+5a^2b^2c^2-2a^4(b^2+c^2)-b^2c^2(b^2+c^2))$
(127)

Punto de intersección de la polar del punto de Parry (X_{111}), respecto a la elipse circunscrita de Steiner, con la recta que une X_{111} con su centro, X_2.
Intersección de las rectas X_iX_j para {i,j}: {2,99}, {385,691}, {538,892}, {690,895}, {8267,8877}
(15-06-2016)

$$a^2/((b^2-c^2)(-a^6-5a^2b^2c^2+2a^4(b^2+c^2)+b^2c^2(b^2+c^2))) \quad (128)$$

Segundo punto de intersección de la circunferencia circunscrita con la recta $X_{99}X_{351}$.
(15-06-2016)

$$(b^2-c^2)(5a^8-14a^6(b^2+c^2)+a^4(14b^4+b^2c^2+14c^4)+a^2(-6b^6+3b^4c^2+3b^2c^4-6c^6)+(b^2-c^2)^2(b^4+c^4)) \quad (129)$$

Perspector de la hipérbola equilátera circunscrita al triángulo $N_aN_bN_c$ (N_a, N_b, N_c son los centros de las circunferencias de Euler de los triángulos X_5BC, X_5CA, X_5AB, respectivamente), de la cual los puntos X_3 y X_{140} son extremos de un diámetro (X_{140} es el punto medio de X_3X_5).
(02-06-2016)

$$(a^2(-b^6+2a^2b^2c^2+2b^4c^2+2b^2c^4-c^6+a^4(b^2+c^2)) \quad (130)$$

Centro de perspectividad del triángulo órtico y el triángulo $M_1M_2M_3$ definido como sigue:
En un triángulo ABC, sea $\mathbf{P} = \mathbf{X_{67}}$ se denota por:
O_1, O_2, O_3 los circuncentros de PBC, PCA, PAB, resp
O_{12}, O_{13} las proyeciones ortogonales O_1 sobre AC, AB, resp.
O_{23}, O_{21} las proyeciones ortogonales O_2 sobre BA, BC, resp. O_{31}, O_{32} las proyeciones ortogonales O_3 sobre CB, CA, resp.
M_1, M_2, M_3 los puntos medios $O_{12}O_{13}, O_{23}O_{21}, O_{31}O_{32}$, resp.
(30-05-2016)

$$(8a^2-b^2-c^2)(3a^4-4b^4+10b^2c^2-4c^4-a^2(b^2+c^2)) \quad (131)$$

Centro de perspectividad del triángulo órtico y el triángulo $M_1M_2M_3$ definido como sigue:
En un triángulo ABC, sea $\mathbf{P} = \mathbf{X_{187}}$ se denota por:
O_1, O_2, O_3 los circuncentros de PBC, PCA, PAB, resp
O_{12}, O_{13} las proyeciones ortogonales O_1 sobre AC, AB, resp.
O_{23}, O_{21} las proyeciones ortogonales O_2 sobre BA, BC, resp. O_{31}, O_{32} las proyeciones ortogonales O_3 sobre CB, CA, resp.
M_1, M_2, M_3 los puntos medios $O_{12}O_{13}, O_{23}O_{21}, O_{31}O_{32}$, resp.
(30-05-2016)

$$a^2(a^2-b^2-c^2)(a^6b^2-a^4b^4-a^2b^6+b^8+a^6c^2-2a^4b^2c^2+2a^2b^4c^2-b^6c^2-a^4c^4+2a^2b^2c^4-a^2c^6-b^2c^6+c^8) \quad (132)$$

Centro de hipérbola que pasa por $X_3, X_{20}, X_{69}, X_{159}$ y con asíntotas paralelas a las de la hipérbola de Jerabeck.
(27-06-2016)

$$2a^{10}-a^8(b^2+c^2)-8a^6(b^2-c^2)^2+10a^4(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)-2a^2(b^2-c^2)^2(b^4+6b^2c^2+c^4)-(b^2-c^2)^4(b^2+c^2) \quad (133)$$

Punto del infinito de las tangentes a la hipérbola equilátera circunscrita a ABC que pasa por X_{20}, en X_4 y X_{1294}.
(27-06-2016)

$$1/((b^2-c^2)^2SA) \quad (134)$$

Perspector de la cónica inscrita a ABC con centro en X_{5972}.
(27-06-2016)

$$(a^2-b^2-c^2)^2/(2a^2-b^2-c^2) \quad (135)$$

Centro de homotecia de ABC y el triángulo formado por tres asíntotas de la cuártica de ecuación baricéntrica:
$(3a^6+5a^4b^2+a^2b^4-b^6-5a^4c^2-2a^2b^2c^2+3b^4c^2+a^2c^4-3b^2c^4+c^6)x^3y+(4a^6+4a^4b^2-4a^2b^4-4b^6-8a^4c^2+8b^4c^2+4a^2c^4-4b^2c^4)x^2y^2+(a^6-a^4b^2-5a^2b^4-3b^6-3a^4c^2+2a^2b^2c^2+5b^4c^2+3a^2c^4-b^2c^4-c^6)xy^3+(-3a^6+5a^4b^2-a^2b^4-b^6-5a^4c^2+2a^2b^2c^2+3b^4c^2-a^2c^4-3b^2c^4+c^6)x^3z+(16a^4b^2-12a^2b^4-4b^6-16a^4c^2+12b^4c^2+12a^2c^4-12b^2c^4+4c^6)x^2yz+(4a^6+12a^4b^2-16a^2b^4-12a^4c^2+16b^4c^2+12a^2c^4-12b^2c^4-4c^6)xy^2z+(a^6+a^4b^2-5a^2b^4+3b^6-3a^4c^2-2a^2b^2c^2+5b^4c^2+3a^2c^4+b^2c^4-c^6)y^3z+(-4a^6+8a^4b^2-4a^2b^4-4a^4c^2+4b^4c^2+4a^2c^4-8b^2c^4+4c^6)x^2z^2+(-4a^6+12a^4b^2-12a^2b^4+4b^6-12a^4c^2+12b^4c^2+16a^2c^4-16b^2c^4)xyz^2+(4a^4b^2-8a^2b^4+4b^6-4a^4c^2+4b^4c^2+8a^2c^4-4b^2c^4-4c^6)y^2z^2+(-a^6+3a^4b^2-3a^2b^4+b^6+a^4c^2-2a^2b^2c^2+b^4c^2+5a^2c^4-5b^2c^4+3c^6)xz^3+(-a^6+3a^4b^2-3a^2b^4+b^6-a^4c^2+2a^2b^2c^2-b^4c^2+5a^2c^4-5b^2c^4-3c^6)yz^3=0.$
(29-06-2016)

$$(b^2-c^2)^2(b^2+c^2-a^2)^2 \quad (136)$$

Punto doble de la cúbica de ecuación baricéntrica:
$(-3a^{12}+2a^{10}b^2+7a^8b^4-4a^6b^6-5a^4b^8+2a^2b^{10}+b^{12}+7a^{10}c^2-13a^8b^2c^2-6a^6b^4c^2+18a^4b^6c^2-a^2b^8c^2-5b^{10}c^2-3a^8c^4+16a^6b^2c^4-14a^4b^4c^4-8a^2b^6c^4+9b^8c^4-3a^6c^6-a^4b^2c^6+11a^2b^4c^6-7b^6c^6+2a^4c^8-4a^2b^2c^8+2b^4c^8)x^2y+(-a^{12}-2a^{10}b^2+5a^8b^4+4a^6b^6-7a^4b^8-2a^2b^{10}+3b^{12}+5a^{10}c^2+a^8b^2c^2-18a^6b^4c^2+6a^4b^6c^2+13a^2b^8c^2-7b^{10}c^2-9a^8c^4+8a^6b^2c^4+14a^4b^4c^4-16a^2b^6c^4+3b^8c^4+7a^6c^6-11a^4b^2c^6+a^2b^4c^6+3b^6c^6-2a^4c^8+4a^2b^2c^8-2b^4c^8)xy^2+(3a^{12}-7a^{10}b^2+3a^8b^4+3a^6b^6-2a^4b^8-2a^{10}c^2+13a^8b^2c^2-16a^6b^4c^2+a^4b^6c^2+4a^2b^8c^2-7a^8c^4+6a^6b^2c^4+14a^4b^4c^4-11a^2b^6c^4-2b^8c^4+4a^6c^6-18a^4b^2c^6+8a^2b^4c^6+7b^6c^6+5a^4c^8+a^2b^2c^8-9b^4c^8-2a^2c^{10}+5b^2c^{10}-c^{12})x^2z+(3a^{10}b^2-6a^8b^4+6a^4b^8-3a^2b^{10}-3a^{10}c^2+15a^6b^4c^2-15a^4b^6c^2+3b^{10}c^2+6a^8c^4-15a^6b^2c^4+15a^2b^6c^4-6b^8c^4+15a^4b^2c^6-15a^2b^4c^6-6a^4c^8+6b^4c^8+3a^2c^{10}-3b^2c^{10})xyz+(2a^8b^4-3a^6b^6-3a^4b^8+7a^2b^{10}-3b^{12}-4a^8b^2c^2-a^6b^4c^2+16a^4b^6c^2-13a^2b^8c^2+2b^{10}c^2+2a^8c^4+11a^6b^2c^4-14a^4b^4c^4-6a^2b^6c^4+7b^8c^4-7a^6c^6-8a^4b^2c^6+18a^2b^4c^6-4b^6c^6+9a^4c^8-a^2b^2c^8-5b^4c^8-5a^2c^{10}+2b^2c^{10}+c^{12})y^2z+(a^{12}-5a^{10}b^2+9a^8b^4-7a^6b^6+2a^4b^8+2a^{10}c^2-a^8b^2c^2-8a^6b^4c^2+11a^4b^6c^2-4a^2b^8c^2-5a^8c^4+18a^6b^2c^4-14a^4b^4c^4-a^2b^6c^4+2b^8c^4-4a^6c^6-6a^4b^2c^6+16a^2b^4c^6-3b^6c^6+7a^4c^8-13a^2b^2c^8-3b^4c^8+2a^2c^{10}+7b^2c^{10}-3c^{12})xz^2+(-2a^8b^4+7a^6b^6-9a^4b^8+5a^2b^{10}-b^{12}+4a^8b^2c^2-11a^6b^4c^2+8a^4b^6c^2+a^2b^8c^2-2b^{10}c^2-2a^8c^4+a^6b^2c^4+14a^4b^4c^4-18a^2b^6c^4+5b^8c^4+3a^6c^6-16a^4b^2c^6+6a^2b^4c^6+4b^6c^6+3a^4c^8+13a^2b^2c^8-7b^4c^8-7a^2c^{10}-2b^2c^{10}+3c^{12})yz^2=0.$
(29-06-2016)

$$\frac{(2a^4-a^2(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2)}{(5a^8-5a^6(b^2+c^2)+a^4(-3b^4+11b^2c^2-3c^4)+a^2(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)+(b^2-c^2)^2(2b^4-b^2c^2+2c^4))}$$
(137)

Tercer punto de intersección de la asíntota (de punto en el infinito X(9033)) con la cúbica de ecuación baricéntrica:
$(-3a^{12}+2a^{10}b^2+7a^8b^4-4a^6b^6-5a^4b^8+2a^2b^{10}+b^{12}+7a^{10}c^2-13a^8b^2c^2-6a^6b^4c^2+18a^4b^6c^2-a^2b^8c^2-5b^{10}c^2-3a^8c^4+16a^6b^2c^4-14a^4b^4c^4-8a^2b^6c^4+9b^8c^4-3a^6c^6-a^4b^2c^6+11a^2b^4c^6-7b^6c^6+2a^4c^8-4a^2b^2c^8+2b^4c^8)x^2y+(-a^{12}-2a^{10}b^2+5a^8b^4+4a^6b^6-7a^4b^8-2a^2b^{10}+3b^{12}+5a^{10}c^2+a^8b^2c^2-18a^6b^4c^2+6a^4b^6c^2+13a^2b^8c^2-7b^{10}c^2-9a^8c^4+8a^6b^2c^4+14a^4b^4c^4-16a^2b^6c^4+3b^8c^4+7a^6c^6-11a^4b^2c^6+a^2b^4c^6+3b^6c^6-2a^4c^8+4a^2b^2c^8-2b^4c^8)xy^2+(3a^{12}-7a^{10}b^2+3a^8b^4+3a^6b^6-2a^4b^8-2a^{10}c^2+13a^8b^2c^2-16a^6b^4c^2+a^4b^6c^2+4a^2b^8c^2-7a^8c^4+6a^6b^2c^4+14a^4b^4c^4-11a^2b^6c^4-2b^8c^4+4a^6c^6-18a^4b^2c^6+8a^2b^4c^6+7b^6c^6+5a^4c^8+a^2b^2c^8-9b^4c^8-2a^2c^{10}+5b^2c^{10}-c^{12})x^2z+(3a^{10}b^2-6a^8b^4+6a^4b^8-3a^2b^{10}-3a^{10}c^2+15a^6b^4c^2-15a^4b^6c^2+3b^{10}c^2+6a^8c^4-15a^6b^2c^4+15a^2b^6c^4-6b^8c^4+15a^4b^2c^6-15a^2b^4c^6-6a^4c^8+6b^4c^8+3a^2c^{10}-3b^2c^{10})xyz+(2a^8b^4-3a^6b^6-3a^4b^8+7a^2b^{10}-3b^{12}-4a^8b^2c^2-a^6b^4c^2+16a^4b^6c^2-13a^2b^8c^2+2b^{10}c^2+2a^8c^4+11a^6b^2c^4-14a^4b^4c^4-6a^2b^6c^4+7b^8c^4-7a^6c^6-8a^4b^2c^6+18a^2b^4c^6-4b^6c^6+9a^4c^8-a^2b^2c^8-5b^4c^8-5a^2c^{10}+2b^2c^{10}+c^{12})y^2z+(a^{12}-5a^{10}b^2+9a^8b^4-7a^6b^6+2a^4b^8+2a^{10}c^2-a^8b^2c^2-8a^6b^4c^2+11a^4b^6c^2-4a^2b^8c^2-5a^8c^4+18a^6b^2c^4-14a^4b^4c^4-a^2b^6c^4+2b^8c^4-4a^6c^6-6a^4b^2c^6+16a^2b^4c^6-3b^6c^6+7a^4c^8-13a^2b^2c^8-3b^4c^8+2a^2c^{10}+7b^2c^{10}-3c^{12})xz^2+(-2a^8b^4+7a^6b^6-9a^4b^8+5a^2b^{10}-b^{12}+4a^8b^2c^2-11a^6b^4c^2+8a^4b^6c^2+a^2b^8c^2-2b^{10}c^2-2a^8c^4+a^6b^2c^4+14a^4b^4c^4-18a^2b^6c^4+5b^8c^4+3a^6c^6-16a^4b^2c^6+6a^2b^4c^6+4b^6c^6+3a^4c^8+13a^2b^2c^8-7b^4c^8-7a^2c^{10}-2b^2c^{10}+3c^{12})yz^2=0.$
(29-06-2016)

$16a^4-19a^2(b^2+c^2)+(b^2+c^2)^2$ (138)

Un centro de ortología asociado al baricentro
(01-07-2016)

$4a^{10} - 8a^8(b^2+c^2) + a^6(b^4+14b^2c^2+c^4) + a^4(5b^6-6b^4c^2-6b^2c^4+5c^6) - a^2(b^2-c^2)^2(b^4+5b^2c^2+c^4) - (b^2-c^2)^4(b^2+c^2)$ (139)

Un centro de ortología asociado al circuncentro
(01-07-2016)

$$(2a^{16} - 9a^{14}(b^2+c^2) + a^{12}(21b^4+34b^2c^2+21c^4) - a^{10}(39b^6+55b^4c^2+55b^2c^4+39c^6)$$
$$+5a^8(11b^8+6b^6c^2+8b^4c^4+6b^2c^6+11c^8) + a^6(-47b^{10}+33b^8c^2+5b^6c^4+5b^4c^6+33b^2c^8-47c^{10})$$
$$+a^4(b^2-c^2)^2(19b^8-12b^6c^2-23b^4c^4-12b^2c^6+19c^8)$$
$$-a^2(b^2-c^2)^4(b^6-11b^4c^2-11b^2c^4+c^6) - (b^2-c^2)^6(b^4+4b^2c^2+c^4)$$

(140)

Un centro de ortología asociado al centro de la circunferencia de los nueve puntos
(01-07-2016)

$-4a^8 + 4a^6(b^2+c^2) + a^4(3b^4+14b^2c^2+3c^4) + a^2(-4b^6+b^4c^2+b^2c^4-4c^6) + (b^4-c^4)^2$
(141)

Un centro de ortología asociado al simediano
(01-07-2016)

$4a^4 - (b^2-c^2)^2 + a^2(b^2+c^2)$ (142)

Dados un triángulo ABC y G el baricentro, se denota por: N_a, N_b, N_c los centros de las circunferencias de Euler de los triángulos GBC, GCA, GAB, respectivamente. A', B', C' las proyecciones ortogonales de N_a, N_b, N_c sobre BC, CA, AB, respectivamente. Las mediatrices de $A'N_a, B'N_b, C'N_c$ forman, por construcción, un triángulo $A_1B_1C_1$ homotético a ABC. Centro de homotecia de ABC y $A_1B_1C_1$.
(04-07-2016)

$$\frac{(2a^8 - 4a^6(b^2+c^2) + a^4(b^4-4b^2c^2+c^4) + 2a^2(b^2-c^2)^2(b^2+c^2) - (b^2-c^2)^4)}{(a^2(b^2+c^2) - (b^2-c^2)^2)}$$
(143)

Dados un triángulo ABC y N el centro de la circunferencia de los nueve puntos, se denota por: N_a, N_b, N_c los centros de las circunferencias de Euler de los triángulos NBC, NCA, NAB, respectivamente. A', B', C' las proyecciones ortogonales de N_a, N_b, N_c sobre BC, CA, AB, respectivamente. Las mediatrices de $A'N_a, B'N_b, C'N_c$ forman, por construcción, un triángulo $A_1B_1C_1$ homotético a ABC. Centro de homotecia de ABC y $A_1B_1C_1$.
(04-07-2016)

$$4a^{16} - (b^2 - c^2)^8 - 19a^{14}(b^2 + c^2) + 3a^2(b^2 - c^2)^6(b^2 + c^2)-$$
$$a^4(b^4 - c^4)^2(b^4 - 6b^2c^2 + c^4) + a^{12}(37b^4 + 54b^2c^2 + 37c^4) - 3a^{10}(13b^6 + 19b^4c^2 + 19b^2c^4 + 13c^6)+$$
$$a^8(25b^8 + 28b^6c^2 + 22b^4c^4 + 28b^2c^6 + 25c^8) - (a^6)(9b^{10} + 5b^8c^2 + 2b^6c^4 + 2b^4c^6 + 5b^2c^8 + 9c^{10})$$
(144)

Dados un triángulo ABC y X_{254} el centro de la circunferencia de los nueve puntos, se denota por: N_a, N_b, N_c los centros de las circunferencias de Euler de los triángulos $X_{254}BC, X_{254}CA, X_{254}AB$, respectivamente. A', B', C' las proyecciones ortogonales de N_a, N_b, N_c sobre BC, CA, AB, respectivamente. Las mediatrices de $A'N_a, B'N_b, C'N_c$ forman, por construcción, un triángulo $A_1B_1C_1$ homotético a ABC. Centro de homotecia de ABC y $A_1B_1C_1$. Está en la recta de Euler.
(04-07-2016)

$$a^8 + a^4(b^2 - c^2)^2 + 2b^2c^2(b^2 - c^2)^2 - 3a^6(b^2 + c^2) + a^2(b^6 - 3b^4c^2 - 3b^2c^4 + c^6)$$
(145)

Dados un triángulo ABC y X_{3425} el centro de la circunferencia de los nueve puntos, se denota por: N_a, N_b, N_c los centros de las circunferencias de Euler de los triángulos $X_{3425}BC, X_{3425}CA, X_{3425}AB$, respectivamente. A', B', C' las proyecciones ortogonales de N_a, N_b, N_c sobre BC, CA, AB, respectivamente. Las mediatrices de $A'N_a, B'N_b, C'N_c$ forman, por construcción, un triángulo $A_1B_1C_1$ homotético a ABC. Centro de homotecia de ABC y $A_1B_1C_1$. Está en la recta de Euler.
(04-07-2016)

$$-3a^{16} + 3a^{14}(b^2 + c^2) + 21a^{12}(b^2 - c^2)^2 + a^{10}(-47b^6 + 45b^4c^2 + 45b^2c^4 - 47c^6)+$$
$$a^8(b^2 - c^2)^2(25b^4 + 128b^2c^2 + 25c^4) + a^6(b^2 - c^2)^2(13b^6 - 97b^4c^2 - 97b^2c^4 + 13c^6)-$$
$$a^4(b^2 - c^2)^2(13b^8 + 8b^6c^2 - 106b^4c^4 + 8b^2c^6 + 13c^8) - a^2(b^2 - c^2)^4(b^6 - 23b^4c^2 - 23b^2c^4 + c^6) + 2(b^2 - c^2)^6(b^4 + 3b^2c^2 + c^4)$$
(146)

Dados un triángulo ABC y X_{5879} el centro de la circunferencia de los nueve puntos, se denota por: N_a, N_b, N_c los centros de las circunferencias de Euler de los triángulos $X_{5879}BC, X_{5879}CA, X_{5879}AB$, respectivamente. A', B', C' las proyecciones ortogonales de N_a, N_b, N_c sobre BC, CA, AB, respectivamente. Las mediatrices de $A'N_a, B'N_b, C'N_c$ forman, por construcción, un triángulo $A_1B_1C_1$ homotético a ABC. Centro de homotecia de ABC y $A_1B_1C_1$. Está en la recta de Euler.
(04-07-2016)

$$8a^8 - 21a^6(b^2 + c^2) - (b^2 - c^2)^2(3b^4 - 10b^2c^2 + 3c^4) + a^4(11b^4 + 2b^2c^2 + 11c^4) + a^2(5b^6 - 9b^4c^2 - 9b^2c^4 + 5c^6) \qquad (147)$$

Dados un triángulo ABC y X_{7612} el centro de la circunferencia de los nueve puntos, se denota por: N_a, N_b, N_c los centros de las circunferencias de Euler de los triángulos $X_{7612}BC, X_{7612}CA, X_{7612}AB$, respectivamente. A', B', C' las proyecciones ortogonales de N_a, N_b, N_c sobre BC, CA, AB, respectivamente. Las mediatrices de $A'N_a, B'N_b, C'N_c$ forman, por construcción, un triángulo $A_1B_1C_1$ homotético a ABC. Centro de homotecia de ABC y $A_1B_1C_1$. Está en la recta de Euler.
(04-07-2016)

$$9a^{10} - 19a^8(b^2 + c^2) + a^6(4b^4 + 38b^2c^2 + 4c^4) + 4a^4(3b^6 - 4b^4c^2 - 4b^2c^4 + 3c^6) - a^2(b^2 - c^2)^2(5b^4 + 16b^2c^2 + 5c^4) - (b^2 - c^2)^4(b^2 + c^2) \qquad (148)$$

Punto de tangencia de la recta $X_{376}X_{3431}$ y la cónica (bitangente a la hipérbola de Jerabeck) tangente a la recta de Euler en X_{20}, que pasa por X_{193} y cuyo centro es X_{125}.
(07-07-2016)

$$a(-2a^5(b+c) + a^4(7b^2 + 2bc + 7c^2) - 8a^3(b-c)^2(b+c) + 2a^2(b^4 - 6b^3c - 8b^2c^2 - 6bc^3 + c^4) + 2a(b-c)^2(b+c)^3 - (b-c)^2(b^4 - 6b^2c^2 + c^4)) \qquad (149)$$

Baricentro de $O_aO_bO_c$.
Let ABC be a triangle and A'B'C' the pedal triangle of I.
Denote:
J_{ab}, J_{ac} = the excenters of $AB'C'$ respective to AB', AC'.
O_a = the circumcenter of $A'J_{ab}J_{ac}$. Similarly O_b, O_c.
The centroid W of $O_aO_bO_c$ lie on X_1X_{6605}.
(14-07-2016)

$$7a^3 - a^2(b+c) - 2(b-c)^2(b+c) - a(4b^2 + bc + 4c^2) \qquad (150)$$

Sean ABC un triángulo y sus exincentros I_a, I_b y I_c.
A', B' y C' las reflexiones de I_a, I_b y I_c en BC, CA y AB, respectivamente.
A'', B'' y C'' las reflexiones de I_a, I_b y I_c en A', B' y C', respectivamente.
Punto de concurrencia de las rectas de Euler de los triángulos $A''BC, B''CA, C''AB$.
(19-07-2016)

$2a^6 - a^2(b^4 + c^4) - (b^2 - c^2)^2(b^2 + c^2)$ (151)

Punto del infinito de la parábola tangente a la recta de Euler en el circuncentro y a la recta que une el ortocentro con el simediano en éste.
(02-08-2016)

$a^2(-b^{10} + b^8c^2 + b^2c^8 - c^10 + a^8(b^2 + c^2) - 2a^4b^2c^2(b^2 + c^2) - 2a^6(b^4 - 3b^2c^2 + c^4) + 2a^2(b^2 - c^2)^2(b^4 - b^2c^2 + c^4))$ (152)

Ver http://amontes.webs.ull.es/otrashtm/HGT2016.htm#HG020816NoETCpolo
(02-08-2016)

$a(a^7(b-c)^2 - 6a^6bc(b+c) + a^5(-3b^4 + 3b^3c - 16b^2c^2 + 3bc^3 - 3c^4) + a^4bc(13b^3 + 9b^2c + 9bc^2 + 13c^3) + 3a^3(b^6 + 5b^4c^2 + 4b^3c^3 + 5b^2c^4 + c^6) - 2a^2b(b-c)^2c(4b^3 + 9b^2c + 9bc^2 + 4c^3) - a(b^2 - c^2)^2(b^4 + b^3c + 2b^2c^2 + bc^3 + c^4) + b(b-c)^4c(b+c)^3)$ (153)

Punto de concurrencia de las rectas d_1, d_2, d_3, definidas a continuación:
Consideremos ahora un triángulo ABC y $A'B'C'$, $A"B"C"$ los triángulos pedal y ceviano del incentro.
$A*_2$ y A_2 las proyecciones ortogonales de $A"$ sobre IB y IB', respectivamente.
$A*_3$ y A_3 las proyecciones ortogonales de $A"$ sobre IC y IC', respectivamente.
N_{ab} y N_{ac} son los centros de las circunferencias de los nueve puntos de los triángulos $A"A*_2$ A_2, $A"A*_3$ A_3, respectivamente.
d_1 es la mediatriz $N_{ab}N_{ac}$. Similarmente se definen d_2 y d_3.
(08-08-2016)

$a(a^5(b+c) - a^4(b^2 + c^2) - (b^2 - c^2)^2(b^2 + c^2) + a(b-c)^2(b^3 - 3b^2c - 3bc^2 + c^3) - 2a^3(b^3 - 2b^2c - 2bc^2 + c^3) + 2a^2(b^4 - 4b^2c^2 + c^4))$ (154)

Punto en el infinito de la parábola tangente a la recta de Euler en X_{6985} y a la recta X_1X_3 en X_1.
(08-08-2016)

$a(3a^2(b+c) - 2abc - 3b^3 + 5bc(b+c) - 3c^3)$ (155)

Sean ABC un triángulo, $H' = X_{65}$ el ortocentro del triángulo de contacto interior $A'B'C'$ y $A"B"C"$ el triángulo órtico de $A'B'C'$.
Sean ABC un triángulo, $H' = X_{65}$ el ortocentro del triángulo de contacto interior $A'B'C'$ y $A"B"C"$ el triángulo órtico de $A'B'C'$.
A_b y A_c son las proyecciones ortogonales de A sobre $H'B'$ y $H'C'$, respectivamente. Similarmente, se definen B_c, B_a, C_a y C_b.
$A*, B*$ y $C*$ son puntos medios de A_bA_c, B_cB_a y C_aC_b.
L_1 es la recta de Euler del triángulo AB_bA_c. Similarmente, se toman las rectas de Euler L_2 y L_3.
Punto de intersección de las paralelas a L_1, L_2 y L_3 a través $A*, B*$ y $C*$.
(10-08-2016)

$2a^4 - a^3(b+c) - a^2(b^2 - 6bc + c^2) + a(b-c)^2(b+c) - (b^2 - c^2)^2 (156)$

Sean ABC un triángulo, $H' = X_{65}$ el ortocentro del triángulo de contacto interior $A'B'C'$ y $A"B"C"$ el triángulo órtico de $A'B'C'$.
Sean ABC un triángulo, $H' = X_{65}$ el ortocentro del triángulo de contacto interior $A'B'C'$ y $A"B"C"$ el triángulo órtico de $A'B'C'$.
A_b y A_c son las proyecciones ortogonales de A sobre $H'B'$ y $H'C'$, respectivamente. Similarmente, se definen B_c, B_a, C_a y C_b.
L_1 es la recta de Euler del triángulo AB_bA_c. Similarmente, se toman las rectas de Euler L_2 y L_3.
Punto de intersección de las paralelas a L_1, L_2 y L_3 a través A'', B'' y C''.
(10-08-2016)

$a(a^4(b-c)^2 - a^5(b+c) + (b^2-c^2)^2(b^2-bc+c^2) - a(b-c)^2(b^3+4b^2c+4bc^2+c^3) + a^3(2b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + 2c^3) + a^2(-2b^4 + 3b^3c + 6b^2c^2 + 3bc^3 - 2c^4)) (157)$

Sean ABC un triángulo y $I_aI_bI_c$ el triángulo excentral. Se denota por A_b y A_c las proyecciones ortogonales de A sobre I_aI_b y I_aI_c, respectivamente. Similarmente. se definen B_c, B_a, C_a y C_b.
Sea $A'B'C'$ el triángulo de contacto interior y se denota por A_1, B_1 y C_1 las proyecciones ortogonales de los exincentros I_a, I_b y I_c sobre $B'C', C'A'$ y $A'B'$, respectivamente.
Las paralelas a e_a, e_b y e_c por A_1, B_1 y C_1 concurren en U = (r+2R) X(1) - r X(21) = (r+4R) X(7) - (r+2R) X(79).
(13-08-2016)

$2a^7 - a^6(b+c) - (b-c)^4(b+c)^3 + 5abc(b^2-c^2)^2 + a^3(b+c)^2(2b^2-3bc+2c^2) - a^5(4b^2+6bc+4c^2) + a^4(b^3 - 4b^2c - 4bc^2 + c^3) + a^2(b-c)^2(b^3 + 6b^2c + 6bc^2 + c^3) (158)$

Sean ABC un triángulo y $I_aI_bI_c$ el triángulo excentral. Se denota por A_b y A_c las proyecciones ortogonales de A sobre I_aI_b y I_aI_c, respectivamente. Similarmente. se definen B_c, B_a, C_a y C_b.
Sea $A'B'C'$ el triángulo de contacto interior y se denota por A_2, B_2 y C_2 las proyecciones ortogonales de A', B' y C' sobre las rectas I_bI_c, I_cI_a y I_aI_b, respectivamente.
Las paralelas a e_a, e_b y e_c por A_2, B_2 y C_2 concurren en V = (r+3R)X(21) - (r+4R)X(142) = (2r+R) X(35) - (2r+5R) X(79) .
(13-08-2016)

$(a^2-b^2-c^2)(6a^8+7a^4(b^2-c^2)^2+3(b^2-c^2)^4-11a^6(b^2+c^2)-5a^2(b^2-c^2)^2(b^2+c^2))$
(159)

Sean ABC un triángulo y A'B'C' el triángulo órtico.
Se denota por A_b y A_c las proyecciones ortogonales de A' sobre HB y HC, respectivamente, donde H es el ortocentro. N_a el centro de la circunferencia de los nueve puntos del triángulo $A'A_bA_c$. N_{ab} y N_{ac} las reflexiones de N_a en AC y AB, respectivamente. M_a el punto medio de $N_{ab}N_{ac}$. Similarmente se definen M_b y M_c.
U= $(r^2+4rR+3R^2-s^2)X(184)+(s^2-(r+2R)^2)X(3628)$ es el centro de ortología de $M_aM_bM_c$ respecto a ABC.
(18-08-2016)

$14a^8-18a^6(b^2+c^2)-a^4(13b^4-56b^2c^2+13c^4)+2a^2(9b^6-11b^4c^2-11b^2c^4+9c^6)-(b^4-c^4)^2$
(160)

Z= $3X_6-X_{5642}$.
(22-08-2016)

$12a^6-13a^4(b^2+c^2)-2a^2(b^4-6b^2c^2+c^4)+3(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)$(161)

W= $4R^2X_{373}+(r^2+4rR-s^2)X_{597}$.
(22-08-2016)

$a(a^2(b+c)+2abc-(b-c)^2(b+c))(a^6-2a^5(b+c)-a^4(b^2+3bc+c^2)+4a^3(b^3+b^2c+bc^2+c^3)-a^2(b+c)^2(b^2-6bc+c^2)-2a(b-c)^2(b+c)^3+(b^2-c^2)^2(b^2-bc+c^2))$(162)

W= $8(r+2R)^2X_{942}-(3r^2+8rR+4R^2-s^2)X_{1838}$.
(28-08-2016)

$a(2a^7(b^2+bc+c^2)+7a^6bc(b+c)-2a^5(3b^4+3b^3c-b^2c^2+3bc^3+3c^4)-a^4bc(15b^3+17b^2c+17bc^2+15c^3)+2a^3(b+c)^2(3b^4-3b^3c-4b^2c^2-3bc^3+3c^4)+9a^2b(b-c)^2c(b+c)^3-2a(b^2-c^2)^2(b^4+b^3c-3b^2c^2+bc^3+c^4)-b(b-c)^4c(b+c)^3)$ (163)
Z= Punto de intersección de las rectas X_iX_j s.e.u.o., para los índices {i,j}: {1,71}, {942,1888}, {950,1770}, {1844,5728}. (28-08-2016)

$(a^4-4a^2(b^2+c^2)+3b^4-2b^2c^2+3c^4)(3a^4-3a^2(b^2+c^2)+2(b^2-c^2)^2)$ (164)
Punto medio de los segmentos X_iX_j para los índices {i,j}: {7612, 9742}, {9757, 9758}. (02-09-2016)

$a^2(-4a^{10}(b^2-c^2)^2-40a^6b^2c^2(b^2-c^2)^2+a^12(b^2+c^2)+5a^8(b^2-c^2)^2(b^2+c^2)-5a^4(b^2-c^2)^2(b^6-9b^4c^2-9b^2c^4+c^6)-(b^2-c^2)^4(b^6+7b^4c^2+7b^2c^4+c^6)+4a^2(b^2-c^2)^2(b^8-2b^6c^2-14b^4c^4-2b^2c^6+c^8))$ (165)
Punto de De Longchamps del triángulo pedal del punto de De Longchamps. (10-09-2016)

$a^2(-(b^2-c^2)^2+a^2(b^2+c^2))(a^{10}-3a^8(b^2+c^2)+2a^6(b^4+b^2c^2+c^4)+(b^2-c^2)^2(b^6-2b^4c^2-2b^2c^4+c^6)+a^4(2b^6+b^4c^2+b^2c^4+2c^6)+a^2(-3b^8+4b^6c^2+7b^4c^4+4b^2c^6-3c^8))$ (166)
Centro de la circunferencia de Euler del triángulo pedal de X_5. (10-09-2016)

$2a^{14}(b^2+c^2)-3a^{12}(3b^4+2b^2c^2+3c^4)+5a^{10}(3b^6+b^4c^2+b^2c^4+3c^6)-a^8(10b^8+3b^6c^2-2b^4c^4+3b^2c^6+10c^8)+2a^6(5b^8c^2-4b^6c^4-4b^4c^6+5b^2c^8)+a^4(b^2-c^2)^2(3b^8-8b^6c^2-8b^2c^6+3c^8)-a^2(b^2-c^2)^4(b^6-3b^4c^2-3b^2c^4+c^6)-b^2c^2(b^2-c^2)^6$ (167)
$A'B'C'$ el triángulo órtico. Se denota por $A"$, $B"$, $C"$ las reflexiones de A', B', C' en la recta de Euler, respectivamente. Los centros N_a, N_b, N_c de las circunferencias de Euler de los triángulos $A"B'C'$, $B"C'A'$, $C"A'B'$, respectivamente, están alineados y la recta que los contiene es perpendicular a la recta de Euler. Punto de intersección de estas rectas. (13-09-2016)

$a^2/(2a^{10}-7a^8(b^2+c^2)+10a^6(b^4+b^2c^2+c^4)-a^4(8b^6+b^4c^2+b^2c^4+8c^6)+a^2(b^2-c^2)^2(4b^4+3b^2c^2+4c^4)-(b^2-c^2)^4(b^2+c^2))$ (168)
La recta AN ($N = X_5$) vuelve a cortar a la circunferencia circunscrita al triángulo NBC en el punto A'. Denotamos por L_a el eje radical de las circunferencias circunscrita al triángulo NBC y la de los nueve puntos del triángulo $A'BC$. Se definen los ejes radicales L_b y L_c, procediendo cíclicamente sobre los vértices de ABC. Sea $A*B*C*$ el triángulo formado por la rectas L_a, L_b y L_c. Centro de perspectividad de los triángulos ABC y $A*B*C*$. (16-09-2016)

$a^2(a^{20}-4a^{18}(b^2+c^2)+3a^{16}(b^4+5b^2c^2+c^4)+a^{14}(9b^6-13b^4c^2-13b^2c^4+9c^6)-a^{12}(21b^8+17b^6c^2-24b^4c^4+17b^2c^6+21c^8)+3a^{10}(7b^{10}+10b^8c^2-4b^6c^4-4b^4c^6+10b^2c^8+7c^{10})+a^8(-21b^{12}+14b^{10}c^2-34b^8c^4+50b^6c^6-34b^4c^8+14b^2c^{10}-21c^{12})+a^6(b^2-c^2)^2(27b^{10}-11b^8c^2+14b^6c^4+14b^4c^6-11b^2c^8+27c^{10})-3a^4(b^2-c^2)^4(8b^8+11b^6c^2+8b^4c^4+11b^2c^6+8c^8)+a^2(b^2-c^2)^4(11b^{10}+16b^8c^2+16b^2c^8+11c^{10})-(b^2-c^2)^6(2b^8+7b^6c^2+9b^4c^4+7b^2c^6+2c^8))$ (169)
Ver: Hechos Geométricos en el Triángulos. (19-09-2016)

$a(a^5(b+c)-a^4(b^2+6bc+c^2)-a^3(2(b^3+c^3)-7bc(b+c))+2a^2(b^4+2b^3c-7b^2c^2+2bc^3+c^4)+a(b-c)^2(b^3-6bc(b+c)+c^3)-(b-c)^4(b+c)^2)$ (170)
Centro del triángulo sobre IO. (20-09-2016)

Referencias

[1] García Capitán, Fancisco Javier.- "Coordenadas baricéntricas."
Disponible en: http://garciacapitan.99on.com/baricentricas/

[2] García Capitán, Fancisco Javier.- "Giros con baricentricas." 2006.
Disponible en: www.aloj.us.es/rbarroso/trianguloscabri/sol/sol309garcap/sol309garcap.pdf

[3] Kimberling C. .- "Triangle Centers and Central Triangles." Congressus Numerantium 129, Winnipeg, Canada, 1998.

[4] Kimberling C. .- Encyclopedia of Triangle Centers.
http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html

[5] Lalesco T. .- La géométrie du triangle, Gabay, Paris, 1987.

[6] Montesdeoca, A. .- Geometría métrica y proyectiva en el plano con coordenadas baricéntricas. Algunos tópicos.

Disponible en: http://webpages.ull.es/users/amontes/pdf/geoba.pdf

[7] Yiu Paul.- The uses of homogeneous barycentric coordinates in euclidean lane geometry. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. 31, pp.569-578, 2000. www.math.fau.edu/yiu/barycentricpaper.pdf

[8] Yiu, Paul.- Introduction to Geometry of the Triangle.

Disponible en http://www.math.fau.edu/yiu/GeometryNotes020402.ps

Algunas páginas web, en las que figura geometría del triángulo:

http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/index.html. "The Encyclopedia of Triangle Centers" de Clark Kimberling (ETC).

http://mathworld.wolfram.com/topics/Geometry.html. WolframMathWorld.

http://www.math.fau.edu/yiu/geometry.html. Paul Yiu. Department of Mathematics. Florida Atlantic University.

http://garciacapitan.99on.com/. Francisco Javier García Capitán:

http://www.xtec.es/~qcastell/ttw/ttwesp/portada.html. Todo Triángulos WEB (Quim Castellsaguer)

www.acm.org.ve/files/DidascaliaGeom.pdf. Durán Cepada, Darío.- La didascalia geométrica (Una larga lista de propiedades relativas a triángulos, cuyas demostraciones se hacen de manera elemental, es decir, usando geometría del bachillerato).

http://www.personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/index.htm. Laboratorio Virtual de Triángulos con Cabri. Ricardo Barroso.

http://webpages.ull.es/users/amontes/pdf/tr.pdf. Ejercicios sobre triángulos. (Angel Montesdeoca).

http://webs.ono.com/ricardpeiro/. Pàgina de Ricard Peiró.

http://www.gogeometry.com/center/index.html. Triangle Centers, Plane Geometry Index. Antonio Gutierrez.

Rutina graficaBaricentricas

Se exponen las rutinas de Mathematica 5.2, necesarias para dar la representación gráfica dada al principio (http://webpages.ull.es/users/amontes/math/etc.nb):

```
(*
 Un ejemplo de representación gráfica usando coordenadas baricéntricas
(Basado en baricentricas.nb, de Francisco Javier García Capitán
http://garciacapitan.99on.com/)


Cargar paquete:

 Para representar gráficas en baricéntricas se necesita el paquete
```

```
Implicitplot:

*)

 << Graphics`ImplicitPlot`

(*
Rutinas para triángulos Alterna entre dar valores a SA, SB,  SC
(notación de Conway)  o anularlos
*)

alternarValoresEses := If[SA === (b^2 + c^2 - a^2)/2, (Clear[SA, SB, SC];
"Ha anulado la asignación a SA,  SB, SC  en funcion de los lados"),
 (SA = ( b^2 + c^2 - a^2)/2; SB = (c^2 + a^2 - b^2)/2;
 SC = (a^2 + b^2 -c^2)/2; {SA, SB, SC})];


(*
  Constantes asociadas a la geometría del  triángulo

 Radio de la circunferencia circunscrita a ABC
*)
circunradioABC= a b c/Sqrt[(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)];


(*
Radio de la circunferencia inscrita a ABC
*)

inradioABC=Sqrt[(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)/(a+b+c)]/2;


(*
 Coordenadas de algunos puntos notables

  Incentro,
*)
 X(1) ptI= {a, b, c} ;


(*
Baricentro,
*)
X(2) ptG = {1, 1, 1} ;


(* Circuncentro,X(3) *)

 ptO = {a^2SA, b^2SB, c^2SC};
```

```
 (* Ortocentro,  X(4) *)

 ptH = {SB SC, SC SA, SA SB};


 (* Centro de la circunferencia de los nueve puntos,  X(5) *)

  ptN = {(SA SB + SB SC + SC SA) + SB SC, (SA SB + SB SC + SC SA) + SC SA,
  (SA SB + SB SC + SC SA) + SA SB} ;


 (* Simediano, X(6) *)

 ptK = {a^2, b^2, c^2};

  (* Punto de Feuerbach, X(11) *)

  ptFe = { (-a + b + c)(b - c)^2,(a - b + c)(c - a)^2,(a + b -c)(a - b)^2};



 (*
 Ecuación  una circunferencia dado su centro y radio
 *)

circunferenciaCr[P_, r_] := a^2y z + b^2z x + c^2x y -
      (x + y + z)
   (((c^2(P[[2]])^2 + 2SA P[[2]] P[[3]] + b^2(P[[3]])^2)/(Tr[P])^2 - r^2)x +
    ((a^2(P[[3]])^2 + 2SB P[[3]] P[[1]] + c^2(P[[1]])^2)/(Tr[P])^2 - r^2)y +
    ((b^2(P[[1]])^2 + 2SC P[[1]] P[[2]] + a^2(P[[2]])^2)/(Tr[P])^2 - r^2)z);

(*
Gráficas
*)



(* Texto en gráficas *)

escribirTexto[texto_, {x_, y_}, {dx_, dy_}, fontSize_] := Text[
      StyleForm[texto, FontFamily -> "Times", FontSlant ->
    "Italic", FontSize -> fontSize], {x, y} + {dx, dy}];



(* Pequeño círculo *)

 circulito[{centro_,color_}] := {Hue[color[[1]], color[[2]], color[[3]]],
      Disk[centro, 0.05], RGBColor[0, 0, 0], Circle[
      centro, 0.05]};
```

```
 (*
Constantes asociadas a gráficas

Triángulo de   García Capitán

*)
 trianguloDefecto = {{1, 3}, {0, 0},{4, 0}};

(*
 Triángulo de Kimberling
 triángulo de lados a = 6, b = 9, c = 13; Kinberling *)

Module[{sol},  sol = Solve[{x^2 + y^2 == 9^2, (x - 13)^2 + y^2 == 36}, {x, y}];
trianguloETC = {{0, 0}, {13, 0}, {x, y} /. Last[sol]}];


(*
Números asociados a ciertos colores
*)

colorGraficas = {{"1: Black", GrayLevel[0]},
    {"2: White", GrayLevel[1]},
    {"3: Gray 25%", GrayLevel[0.25]},
    {"4: Gray 50%", GrayLevel[0.5]},
    {"5: Gray 75%", GrayLevel[0.75]},
    {"6: Red", RGBColor[1, 0, 0]},
    {"7: Green", RGBColor[0, 1, 0]},
    {"8: Blue", RGBColor[0, 0, 1]},
    {"9: Cyan", RGBColor[0, 1, 1]},
    {"10: Magenta", RGBColor[1, 0, 1]},
    {"11: Yellow", RGBColor[1, 1, 0]},
    {"12: Brown", RGBColor[0.6, 0.4, 0.2]},
    { "13: Orange", RGBColor[1, 0.5, 0]},
    {"14: Pink", RGBColor[1, 0.5, 0.5]},
    {"15: Purple", RGBColor[0.5, 0, 0.5]}};


(*
Ecuación en cartesianas
*)

barCar[expresion_, triangulo_] := Module[{cA, cB, cC}, cA =
triangulo[[1]];   cB = triangulo[[2]]; cC = triangulo[[3]];
expresion /. Thread[{x, y, z, a, b, c} -> {Det[{{cB[1] - x, cC[1]
- x}, {cB[2] - y, cC[2] - y}}],Det[{{cC[1] - x, cA[1] - x}, {cC[2]
- y, cA[2] - y}}],Det[{{cA[1] - x, cB[1] - x}, {cA[2] - y, cB[2] -
y}}],Norm[cB - cC], Norm[cC - cA], Norm[cA - cB]}]]
// Factor;
```

```
(*
Punto en cartesianas
*)
 puntoBarCar[P_, triangulo_] :=
    Module[{cA, cB, cC}, cA = triangulo[[1]]; cB = triangulo[[2]];
      cC = triangulo[[3]];
      ((P[[1]] cA + P[[2]]cB + P[[3]] cC)/Tr[P]) /.
       {a -> Norm[cB - cC], b -> Norm[cC - cA], c -> Norm[cA - cB]}];

(*
Gráfica conjunta de curvas y puntos
*)

graficaBaricentricas[expresiones_, etiquetasPuntos_, triangulo_,
{xmin_,   xmax_}, {ymin_, ymax_}, fontSize_, conColor_] :=
Module[{
    cartesianas, dibujoTriangulo,
    vertices, otrosPuntos, etiquetasVertices, nombrarPuntos,
     graficas, cA, cB, cC, colorHue = {1, 0.7,
     0.4, .12, 0.8, 0.5, 0.15, 0.75, 0.83, 0.47}, saturacion = 1,
      brillo = 1, colorPuntos, colorExpresiones, colorPlotStyle, fina =
AbsoluteThickness[.1], gruesa, trazos = AbsoluteDashing[{1, 2}](*
      Trazo discontinuo,
       el primer numero es para la
        longitud dada en puntos (1in = 72pt) de los trazos y el
          segundo es para la del espacio entre ellos. *), discontinua},

    Do[colorHue = Flatten[AppendTo[colorHue, colorHue]], {n, 1,
      Round[(Log[Length[expresiones]] - Log[
      5])/Log[2]]}]; colorExpresiones = Take[colorHue, Length[expresiones]];

    Do[colorHue = Flatten[AppendTo[colorHue,
        colorHue]], {n, 1, Round[(Log[Length[etiquetasPuntos]] -
Log[5])/Log[2]]}]; colorPuntos = Take[colorHue,
Length[etiquetasPuntos]];

    colorPlotStyle = Table[
        If[conColor === 1,
            If[Head[expresiones[[i]]] === List,
            colorGraficas[[expresiones[[i, 2]], 2]],
            Hue[colorExpresiones[[i]], saturacion, brillo ]
                 ],
           Automatic],
        {i, 1, Length[expresiones]}];

    gruesa = Table[If[(Head[expresiones[[i]]] === List &&
              Length[expresiones[[i]]] > 2 ),
AbsoluteThickness[expresiones[[i, 3]]], fina], {i, 1,
Length[expresiones]} ];

    discontinua = Table[If[(
```

```
        Head[expresiones[[i]]] === List && Length[expresiones[[i]]] > 3  &&
    expresiones[[i,
      4]] === 1), trazos, Dashing[{ }]], {i, 1, Length[expresiones]} ];

    cA = triangulo[[1]]; cB = triangulo[[2]]; cC = triangulo[[3]];

    dibujoTriangulo = Graphics[{If[conColor === 1, Blue, Black],
AbsoluteThickness[1.5], Line[{cA, cB, cC, cA}]}];

     vertices = Graphics[Flatten[Map[circulito, {{cA, {1, 0, 1}},
     {cB, {1, 0,1}}, {cC, {1, 0, 1}}}]]];

     otrosPuntos = Graphics[Map[circulito, Table[{
          puntoBarCar[etiquetasPuntos[[i, 2]], triangulo], If[
              conColor === 1, {colorPuntos[[i]],
                  saturacion, brillo} , {0, 0, 0}]}, {i, 1,
                  Length[etiquetasPuntos]}]]];

     etiquetasVertices = Graphics[{
          escribirTexto["A", cA, {-.3, -.15}, fontSize],
          escribirTexto["B", cB, {.3, -.15}, fontSize],
          escribirTexto["C", cC, {0, .3}, fontSize]
          }];

    nombrarPuntos = Graphics[Table[
            escribirTexto[etiquetasPuntos[[i, 1]], puntoBarCar[
          etiquetasPuntos[[i,
          2]], triangulo], {.2, .3}, fontSize], {i, 1,
            Length[etiquetasPuntos]}]];

     cartesianas = Table[barCar[
          If[Head[expresiones[[i]]] ===
            List, First[expresiones[[
              i]]], expresiones[[i]]], triangulo], {i, 1,
Length[expresiones]}];

    graficas = Table[ImplicitPlot[cartesianas[[i]] == 0, {x, xmin, xmax}, {y,
ymin, ymax}, Frame -> None, PlotStyle -> {{colorPlotStyle[[i]],
gruesa[[i]],   discontinua[[i]]  }}, DisplayFunction -> Identity,
PlotPoints -> 80], {i, 1,   Length[expresiones]}];

    Show[{dibujoTriangulo, graficas, vertices, otrosPuntos,
etiquetasVertices, nombrarPuntos}, AspectRatio -> Automatic,
      PlotRange -> {{xmin, xmax}, {ymin, ymax}}]
    ];
```

Ejemplo:

Representar y etiquetar los puntos: incentro, baricentro,

```
circuncentro, ortocentro, centro de la circunferencia de Euler,
simediano, punto de Feuberbach. Así como, las circunferencias
inscrita, circunscrita y de Euler de un triángulo ABC.

graficaBaricentricas[{evaluar[circunferenciaCr[ptI, inradioABC]],
{evaluar[circunferenciaCr[ptO, circunradioABC]],8,.1,1},
{evaluar[circunferenciaCr[ptN,circunradioABC/2]],12,1.5}}, {{"I",
ptI}, {G, ptG}, {O, evaluar[ptO]}, {H, evaluar[ptH]}, {N,
evaluar[ptN]}, {K, ptK}, {\!\(F\_e\), ptFe}},
{{0,0},{10,0},{8,8}}, {-1, 14}, {-4, 9}, 5,1]


(*

Nota: Se ha cambiado los colores, que pudieran tener por defecto, a las
circunferencias de los nueve puntos y circunscrita. Además, a esta
última se le ha cambiado el ancho y se ha pintado a trazos
*)
```